Analysis II: Übungsblatt 6: Reihen

Potenzreihen – bei 3-6 die Reihen nicht ausführlich entwickeln, sondern auf bekannte Reihen zurückgreifen und modifizieren.

1. Bestimmen Sie den Konvergenzradius und somit den Konvergenzbereich der folgenden Potenzreihe. Sie brauchen nichts über $|x| = r$ auszusagen.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n^2} = x - \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{9} - \frac{x^4}{16} \dots$$

2. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ an der Stelle $x_0 = 2$ in eine Taylorreihe (**ausführlich mittels der Taylorschen Formel**).

3. Bestimmen Sie das MacLaurin-Polynom T_6 (bis zum Glied $c_6 x^6$) zu der Funktion $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}$.

4. Berechnen Sie $\ln 1,5$ mittels der Taylorreihe für $\ln(1 + x)$. Brechen Sie die Reihe nach 4 Gliedern ab.

5. Berechnen Sie angenähert folgendes Integral

$$I = \int_1^2 \frac{\sin x}{x} \mathrm{d}x.$$

Bestimmen Sie dazu als Hilfsmittel das MacLaurin-Polynom T_5 (bis zum Glied $c_5 x^5$) von $\sin x$.

6. Berechnen Sie die angenäherte Lösung der transzendenten Gleichung

$$\sin(x^2) \cos x = -4 + 2x^2 - \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{8}x^6.$$

Bestimmen Sie dazu das MacLaurin-Polynom T_6 (bis zum Glied $c_6 x^6$) von $\sin(x^2) \cos x$ und lösen Sie mit dieser Näherung obige Gleichung.

Analysis II: LÖSUNGEN: Reihen

1. $r = 1 \implies$ Reihe konvergiert für $|x| < 1$ und divergiert für $|x| > 1$
2. $f(x) = e \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n!\,2^n}$
3. $T_6(x) = 1 - 2\,x^2 + 6\,x^4 - 20\,x^6$
4. $\ln(1,5) \approx 0,4010416$
5. $I = \int_1^2 (1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!})\mathrm{d}x = 0,663$
6. $x_1 = 2$, $x_2 = -2$