FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN FACHBEREICH 03 FA SS 2001

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Graphikdisplay
Aufgabensteller: Axt, Gröger, Kloster, Plöchinger, Radtke

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen** !!

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Die Koordinaten eines Punktes $P(x, y)$ der ebenen Kurve C seien in Parameterform gegeben durch $x = 1 + \cosh t$ und $y = 2 \sinh t$ mit $t \in [0, \ln 4]$. Sei A der Inhalt der Sektorfläche, die der Radius OP überstreicht, wenn P die Kurve durchläuft. Ermitteln Sie

a) die Krümmung κ der Kurve im Anfangspunkt $S(2, 0)$,

b) den Inhalt $A =$

c) eine explizite Formel $y = f(x)$ der Kurve (Hinweis: $\sinh^2 t = \cosh^2 t - 1$),

d) eine Skizze der Kurve und des Krümmungskreises durch S .

Aufgabe 2: Sei $y = \sin x$ mit $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ die Gleichung einer Kurve C in der (x, y)-Ebene. Der ebene Bereich D werde begrenzt von C , der x-Achse und der Geraden $x = \frac{\pi}{2}$. Ermitteln Sie

a) den Inhalt A von D ,

b) die Koordinate y_S des Schwerpunktes $S(x_S, y_S)$ von D ,

c) das Volumen V des Körpers, der bei der Rotation von D um die x-Achse entsteht.

Aufgabe 3: a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der DGL $y'' + y' + 2y = 0$.

b) Die *homogene* DGL $y'' + y' - 2y = 0$ hat die allgemeine Lösung $y_h = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{-2x}$. Ermitteln Sie von der *inhomogenen* DGL $y'' + y' - 2y = 3e^{-2x}$

b1) eine partikuläre Lösung $y_p =$

b2) diejenige Lösung, welche die Anfangswerte $y = 0$ und $y' = 2$ bei $x = 0$ hat.

Aufgabe 4: Das bestimmte Integral $I = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ einer Funktion $y = f(x)$ mit $x \in [-1, 1]$ werde genähert durch $G = f(-d) + f(d)$. Hierbei ist d eine geeignete Stützstelle aus $[0, 1]$.

a) Berechnen Sie I und G bei $f(x) = x^2$.

b) Bestimmen Sie d so, daß gilt $I = G$ bei $f(x) = x^2$.

c) Sei jetzt $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$. Berechnen Sie c1) G bei $d = \frac{1}{\sqrt{3}}$,

c2) die KEPLER-Näherung Q von I .

Aufgabe 5: Sei y die Lösung der DGL $y' = -2xy^2$ mit dem Anfangswert $y = \frac{1}{2}$ bei $x = -1$. Ermitteln Sie die RUNGE-KUTTA-Näherung $\mathbf{y_1}$ für den Wert y bei $x = 0$. Verwenden Sie dabei den Startwert $x_0 = -1$ und die Schrittweite $h = 1$.