Fachhochschule München Fachbereich 03 FA SS 02

Diplomvorprüfung in Mathematik - Fahrzeugtechnik -

| | |
|---|---|
| Arbeitszeit: | 90 Minuten |
| Hilfsmittel: | Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner, ohne Graphikdisplay |
| Aufgabensteller: | Gröger, Kloster, Plöchinger, Rast, Schwägerl |

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen** !!

| | | |
|---|---|---|
| Name:<br>Vorname: | Geb.-Datum:<br>Stud.-Gruppe: | Punkte:<br>Korr.: |
| Raum/Platz-Nr.: | Aufsicht: | Note: |

**Aufgabe 1**: Beim Tiefziehen wird aus einer dünnen Blechscheibe mit dem Durchmesser $D$ ein Zylindertopf mit dem Durchmesser $d$ und der Höhe $h$ gezogen. Dabei haben die Blechscheibe und der Topf den selben Oberflächeninhalt $A = \frac{D^2\pi}{4}$ . Zeigen Sie:

a) der Scheibendurchmesser ist exakt gegeben durch $D = d\sqrt{1 + \frac{4h}{d}}$ ,

b) bei $\frac{4h}{d} \approx 0$ hat man die Näherungsformel $D \approx d + 2h$ .

---

**Aufgabe 2**: Eine ebene Kurve $\mathcal{H}$ sei in Parameterform gegeben durch $x = \cosh(t)$ und $y = \frac{4}{5}\sinh(t)$ mit $t \in \mathbb{R}$ . Sei $P(x_0, y_0)$ der Punkt auf $\mathcal{H}$ mit dem Parameter $t = \ln 2$ .

a) Zeigen Sie, daß $P$ die Koordinaten $x_0 = \frac{5}{4}$ und $y_0 = \frac{3}{5}$ hat,

b) ermitteln Sie die Gleichung der Tangente $t$ von $\mathcal{H}$ in $P$ ,

c) berechnen Sie den Krümmungsradius $\rho$ von $\mathcal{H}$ in $P$ ,

d) berechnen Sie den Inhalt $A$ der Sektorfläche von $\mathcal{H}$ zwischen den Punkten $S(1,0)$ und $P$ ,

e) zeigen Sie, daß $\mathcal{H}$ die implizite Gleichung $x^2 - \left(\frac{y}{4/5}\right)^2 = 1$ mit $x > 0$ hat,

f) skizzieren Sie die Tangente $t$ und die Kurve $\mathcal{H}$ .

---

**Aufgabe 3**: Gegeben ist der Graph $G_f$ der Funktion $z = f(x,y) = x^2 + 4y$ mit $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ sowie ein Basisbereich $D$ in der $(x,y)$-Ebene, der links von der $y$-Achse, unten von der $x$-Achse und oben von der Kurve $y = 4 - x^2$ begrenzt ist. Gesucht sind

a) Gleichung und Skizze der Schnittkurven von $G_f$ mit den drei Koordinatenebenen,

b) die Gleichung der Tangentialebene $\tau$ von $G_f$ im Punkt $A(1, 4, z_0) \in G_f$ ,

c) eine Skizze von $D$ ,

d) das Volumen $V$ des vertikalen Zylinders, der zwischen $D$ und $G_f$ liegt.

---

**Aufgabe 4**: Ermitteln Sie zu der linearen DGL $y'' + 4y' + 4y = b(x)$ mit einer rechten Seite $b(x)$

a) Basislösungen $y_1$ und $y_2$ ,

b) einen geeigneten Ansatz für eine partikuläre Lösung $y_p$ bei $b(x) = \cosh(2x) + x^2 \cdot \sin(x)$ ,

c) eine partikuläre Lösung $y_p$ bei $b(x) = 24\sin(2x)$ .

---

**Aufgabe 5**: Sei $y$ die exakte Lösung der DGL $y' = (2-y)\cdot y$ mit $y = 1$ bei $x = 0$ . Ermitteln Sie mit dem Verfahren von Runge-Kutta in e i n e m Schritt eine Näherung $y_1$ von $y$ bei $x = 1$ .