FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN — FACHBEREICH 03 FA — SS 03

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller:	Gröger, Kloster, Plöchinger, Pöschl, Stiefenhofer

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen** !!

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Zu einer positiven Konstanten c sei $\mathcal{P}$ die Parabel mit der Gleichung $y = p(x) = \frac{c}{2}\, x^2$ für $-1 \le x \le 1$. Zeigen Sie, daß

a) $\mathcal{P}$ die *Bogenlänge* $L = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\, dx$ hat mit $f(x) = \sqrt{1 + (cx)^2}$. Berechnen Sie dann

b) die Näherung Q von L mit der *Kepler-Faßregel*,

c) das *MacLaurin-Polynom* $T_2(x)$ von $f(x)$ bis zum Term x^2 ,

d) das Integral $M = \int\limits_{-1}^{1} T_2(x)\, dx$.

Aufgabe 2: Die Fläche $\mathcal{F}$ habe die Gleichung $z = f(x,y) = 9 - \sqrt{x^2 - 2x + y^2 + 4y + 5}$. Ermitteln Sie

a) Gleichung, Art und Skizze der *Schnittkurve* von $\mathcal{F}$ mit der Ebene $x = 1$,

b) Gleichung, Art und Skizze der *Höhenlinie* der Höhe $z = c$,

c) das *Volumen* V des Körpers, der von $\mathcal{F}$ und von $z = 6$ und $z = 9$ begrenzt ist.

Aufgabe 3: Ein Quader mit den positiven Kantenlängen x , y und z in cm habe das Volumen $V = 1000$ cm^3 und den Oberflächeninhalt A in cm^2 .

a) Begründen Sie die Formel $A = f(x,y) = 2\left(xy + \frac{V}{x} + \frac{V}{y}\right)$.

b) Für welche Werte von x, y, und z hat A ein *Extremum*?

c) Von welcher *Art* ist das Extremum?

Aufgabe 4: Sei y die Lösung der DGL $y'' = f(y, y') = \dfrac{8\,y}{(y')^2}$ mit den Anfangswerten $y = 1$ und $y' = 2$ bei $x = 0$.

a) Zeigen Sie, daß für die *Ableitung* $v = y'$ von y gilt $v = 2\sqrt{y}$,

b) berechnen Sie die *Lösung* y .

Aufgabe 5: Ermitteln Sie zur DGL $y' = \dfrac{y}{1 + x^2}$

a) die *allgemeine Lösung* y ,

b) die *spezielle Lösung* mit $y = 2$ bei $x = 0$ und hiervon

c) den *Wert* $y(x = 1)$ c1) *exakt* und

c2) näherungsweise mit dem *Runge-Kutta Verfahren* bei der Schrittweite $h = 1$.