Fachhochschule München **Fachbereich 03 FA** **SS 2004**

Diplomvorprüfung in Mathematik II (Analysis) – Fahrzeugtechnik -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller: Kloster, Pöschl, Warendorf

WICHTIG :

Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!

Alle Prüfungsteilnehmer bearbeiten 5 Aufgaben Ihrer Wahl aus den Aufgaben 1-6.

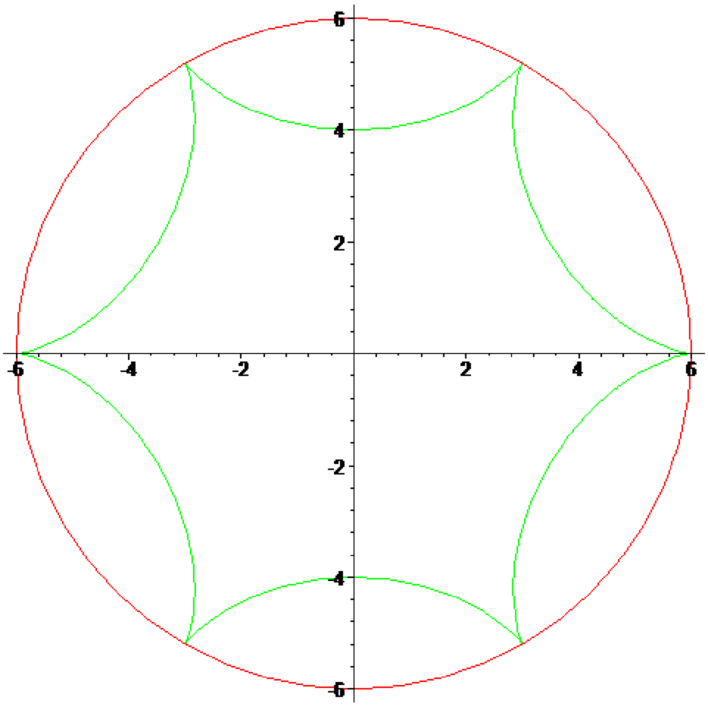
Aufgabe 7 ist Pflicht für alle:
Alle Studenten, die den Maple Kurs besucht haben, bearbeiten die Aufgabe 7_1 (Maple)
Alle anderen Studenten (ohne Maple Kurs) bearbeiten die Aufgabe 7_2 (Numerische Integration)

Name:	**Geb. – Datum**	**Punkte: (/ 71)**
Vorname:	**Stud.- Gruppe**	**Korr:**
Raum/Platz-Nr:	**Aufsicht:**	**Note:**

Aufgabe 1: (Parameterdarstellung, Kurvenlänge, Sektorfläche, max = 15 Punkte)

Gegeben ist die Parameterdarstellung einer Asteroide (siehe Zeichnung mit r=1, R=6r, Mittelpunkt M=(0,0)):

$x = 5r\cos(t) + r\cos(5t)$, $y = 5r\sin(t) - r\sin(5t)$ mit $t \in [\,0, 2\pi\,[$.



a) Berechnen Sie den Umfang der Kurve (also ihre Länge vom $t = 0$ bis $t = 2\pi$). (/5)

Anleitung: - Berechnen Sie die Länge des Bogens von A nach B. Die Gesamtlänge Ist dann ein geeignetes Vielfaches dieses Wertes.
- Verwenden Sie an geeigneter Stelle das Additionstheorem des Cosinus.
- Benutzen Sie die Formel $\sin^2(\alpha) = \dfrac{1}{2}(1 - \cos(2\alpha))$ an geeigneter Stelle.

b) Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Inneren der Asteroide. (/5)

Anleitung:
- Berechnen Sie dazu die Fläche des Sektors von MAB. Die Gesamtfläche ist dann ein geeignetes Vielfaches dieses Wertes.
- Verwenden Sie an geeigneter Stelle das Additionstheorem des Cosinus.

c) Den Krümmungsradius bei $t = \dfrac{\pi}{2}$ (/5)

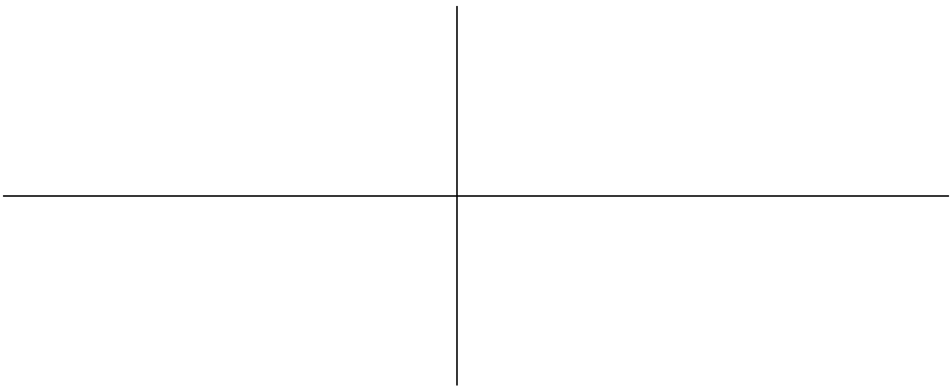
Aufgabe 2 : (Fourierkoeffizienten, Fourierpolynom, max = 11 Punkte)

Durch $y = -\dfrac{\pi}{2}$ für $x \in [-\pi, -\dfrac{\pi}{2}[$,

$y = x$ für $x \in [-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}[$

$y = \dfrac{\pi}{2}$ für $x \in [\dfrac{\pi}{2}, \pi[$ sei eine (ungerade) Funktion mit der Periode 2π definiert.

a) Skizzieren Sie $y = f(x)$ für $x \in [-2\pi, 2\pi[$ (/2)



b) Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten a_0 , a_1 , a_2 und b_1, b_2 mit geeigneten Integralen (/5)

c) Geben Sie das Fourierpolynom F2(x) 2. Grades (d.h., den Teil der Fourierreihe bis einschließlich zu den Koeffizienten a2 und b2) (/2)
und das Fourierpolynom F1(x) 1. Grades (d.h., den Teil der Fourierreihe bis einschließlich zu den Koeffizienten a1 und b1) an.

d) Zeichnen Sie das Fourierpolynom 1. Grades in das Diagramm auf Sdeite 3 unten ein! (/2)

Aufgabe 3 : (Funktion von zwei Variablen, Extremwerte, max = 8 Punkte)

Die Fläche F1 habe die Gleichung:

$z = \ f(x,y) \ = \ x^3 \ - x^2 \ - \ y^2$.

a) Ermitteln und zeichnen Sie die Schnittkurve mit der Ebene x = 1. (/2)

b) Emitteln Sie alle $(x,y) \in \mathbf{R}^2$, in denen Extremwerte oder Sattelpunkte auftreten. (/3)
Berechnen Sie bei eventuellen Extremwerten, ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt.

c) berechnen Sie die Tangentialebene an die Fläche im Punkt Q =(2,1). (/3)

Aufgabe 4: (Gewöhnliche Differentialgleichung 1.Ordnung, max = 9 Punkte)

Ermitteln Sie für die DGL $y' + xy = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$

a) Um was für einen Typ von Differentialgleichung handelt es sich? (/1)

b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung y der homogenen DGL . (/3)

c) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der gegebenen inhomogenen Differentialgleichung mit der Methode der Variation der Konstanten. (/3)

d) Bestimmen Sie die spezielle Lösung, die die Anfangsbedingung $y(0) = 1$ erfüllt. (/2)

Aufgabe 5: (Lineare inhomogene Differentialgleichung 2.Ordnung mit konstanten Koeffizienten, max = 11 Punkte)

Gegeben ist die DGL $y'' + 5y' + 6y = x$. Gesucht ist:

a) Die allgemeine Lösung der DGL (/8)

b) Die spezielle Lösung , die durch die Anfangsbedingungen $y(0) = -\frac{5}{36}$, $y'(0) = 0$ (/3)
festgelegt ist.

Aufgabe 6: (komplexe Zahlen , max = 8 Punkte)

a)Bringen Sie die komplexe Zahl: $\frac{(1+i)^3}{2-i}$ auf die Normalform $a + ib$, (d.h. bestimmen Sie a und b) (/2)

b)Bringen Sie die komplexe Zahl $\sqrt{i+1}$ auf die Normalform a + ib, (d.h. bestimmen Sie a und b) (/4)
(numerische Ergebnisse bitte mit mindestens 5 Nachkommastellen).

c) Welche Teilmenge der komplexen Ebene beschreibt die Ungleichung: (/2)

$|z - 3| \geq |z + 1|$ *?*

Aufgabe 7_1 : (Maple, nur für Studenten, die den Maple Kurs besucht haben, d.h. u. a. alle Studenten, die jetzt im 4.Fachsemester sind. Max = 8 Punkte).

Gegeben sei die Funktion y = f(x) = cosh(x) (cosinus hyperbolicus)

a) Welcher Maple Befehl berechn et die erste Ableitung y'(x) der Funktion nach x? (/2)

b) Welche MAPLE Befehle berechnet y'($\frac{1}{2}$) ? (/2)

c) Geben Sie den MAPLE Befehl an, der die Funktion y = cosh(x) in eine Taylorreihe um den Entwicklungspunkt x=2 bis zum Glied $(x-2)^3$ (Restglied $O(x-2)^4$) entwickelt! (/2)

d) Geben Sie den Maplebefehl zur Berechnung von $\int_0^3 f(x)dx$ an! (/2)

Aufgabe 7_2 : (Numerische Integration, max = 8 Punkte) für alle Studenten, die keinen Maple Kurs besucht haben.

Gegeben ist die Funktion y = f(x) = $\frac{2x}{1+x^2}$ $x \in [\,0\,,\,2\,]$.

Man berechne das Integral $\int_0^2 f(x)dx$ auf zweierlei Arten:

a) exakt (bitte mindestens 5 Nachkommastellen angeben!) (/2)

b) numerisch nach der Simpson - Regel (Schrittweite h = $\frac{1}{2}$) (/6)

(bitte mindestens 5 Nachkommastellen angeben!)