

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Grafikdisplay
Aufgabensteller: Kloster, Pöschl, Selting, Warendorf

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen !!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein !!**

**Alle Studenten, die den Maple-Kurs besucht haben, bearbeiten Aufgabe 6. Also insbesondere alle Studenten, die jetzt im 2. Studiensemester sind.
Alle anderen Studenten (ohne Maple-Kurs) bearbeiten Aufgabe 7**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte: / 60
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. **Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung** (/ ca. 10 Punkte)
Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' + \frac{2x}{16 - x^2}y = 16 - x^2.$$

- (a) Bestimmen Sie die Lösung y_h der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der obigen inhomogenen Differentialgleichung.

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

- (c) Bestimmen Sie die spezielle Lösung für die Anfangsbedingung:
 $x_0 = 0, y_0 = y(x_0) = -4$

2. **Aufgabe: Ebene Kurven**

(/ ca. 8 Punkte)

Gegeben ist die ebene Kurve

$$\mathcal{C} : x(t) = t - 3 \cos(t), \quad y(t) = t^2 + 2 \sin(t), \quad -1 \leq t \leq 1$$

- (a) An welcher Stelle $(t_v, x(t_v), y(t_v))$ hat die Kurve \mathcal{C} eine senkrechte Tangente $(-1 \leq t_v \leq 1)$?

- (b) Erstellen Sie eine Wertetabelle für die gegebene Kurve für $t = -1; -0,5; 0; 0,5; 1$ und skizzieren Sie die Kurve und die senkrechte Tangente (1LE=1cm).

3. Aufgabe: Taylor-Reihen

(/ ca. 10 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = e^{\sin(x)}.$$

Bestimmen Sie die Glieder der Taylor-Reihe um $x_0 = 0$ (MacLaurin-Reihe) von $f(x)$ bis zur Potenz x^4 .

4. **Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** (/ ca. 14 Punkte)

Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 4y.$$

(a) Welche Kurven ergeben sich als Schnitte mit den Ebenen

- i. $x = 0$ (y, z -Ebene)
- ii. $y = 0$ (x, z -Ebene)
- iii. $z = 0$ (x, y -Ebene)

Geben Sie jeweils den Typ der Kurve an und erstellen eine Skizze in der Schnittebene.

Fortsetzung Aufgabe: Funktion von 2 Variablen

- (b) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung. Geben Sie Art und Lage der Extremwerte an, soweit welche vorhanden sind. ($z = f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 4y$.)

Fortsetzung Aufgabe: Funktion von 2 Variablen

- (c) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der unten ($z=0$) von dem Normalbereich ($B : 1 \leq x \leq \sqrt{2}, 0 \leq y \leq 2 - x^2$) und oben von der gegebenen Fläche ($z = f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 4y$) begrenzt wird.
(Hinweis: es handelt sich um einen allgemeinen Zylinder.)

5. Aufgabe: Ausgleichskurve

(/ ca. 8 Punkte)

Bei einem Versuch wurden folgende Messungen gemacht. Tragen Sie die Punkte in ein Koordinatensystem (1LE=1cm) ein, entscheiden Sie sich, welche Ausgleichskurve geeignet ist und berechnen Sie sie.

i	x_i	y_i		
1	-1,8	1,75		
2	-1,2	2,76		
3	-0,6	3,57		
4	0	4,54		
5	0,6	5,38		
6	1,2	6,34		

6. Aufgabe: Maple

(/ ca. 10 Punkte)

ACHTUNG: NUR FÜR STUDENTEN, DIE DEN MAPLE-KURS BESUCHT HABEN

- (a) Geben Sie die Maple-Ausgabe der folgenden Prozedur an, wenn sie mit `programm(10)`; (s.u.) aufgerufen wird.

```
> programm:=proc(N)
>   local i;
>   for i from 1 to N
>   do
>     if (i mod 3 = 0) then
>       print(i^2)
>     end if
>   end do;
> end:
> programm(10);
```

(b) Geben Sie die Maple-Ausgabe der folgenden Maple-Befehle an. Zeichnen Sie auch den Plot (1LE=1cm).

> `f:=(x,y)->x*y;`

> `fx:=D[1](f);`

> `fy:=D[2](f);`

> `fx(1,0);`

> `fy(1,0);`

> `plot(f(x,1),x=0..1);`

Fortsetzung Aufgabe: Maple *ACHTUNG: NUR FÜR STUDENTEN, DIE DEN
MAPLE-KURS BESUCHT HABEN*

- (c) Geben Sie die Maple-Befehle zur Berechnung der Bogenlänge der ebenen Kurve aus Aufgabe 2 an ($\mathcal{C} : x(t) = t - 3 \cos(t), \quad y(t) = t^2 + 2 \sin(t), \quad -1 \leq t \leq 1$).
Hinweis: Vergessen Sie nicht $x(t)$ und $y(t)$ zu definieren.

7. **Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung** (/ ca. 10 Punkte)
ACHTUNG: NUR FÜR STUDENTEN, DIE NICHT DEN MAPLE-KURS BESUCHT HABEN

Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' - 3y' - 4y = 3xe^{-x}.$$

Bestimmen Sie zuerst die allgemeine Lösung und dann die spezielle Lösung unter den Anfangsbedingungen: $x_0 = 0, y_0 = y(x_0) = 5, y'(x_0) = \frac{1}{10}$