

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Grafikdisplay

Aufgabensteller: Kloster, Pöschl, Vielemeyer, Warendorf

WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!**Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein!**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte: / ca. 60
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. **Aufgabe: Ebene Kurven** (/ ca. 10 Punkte)

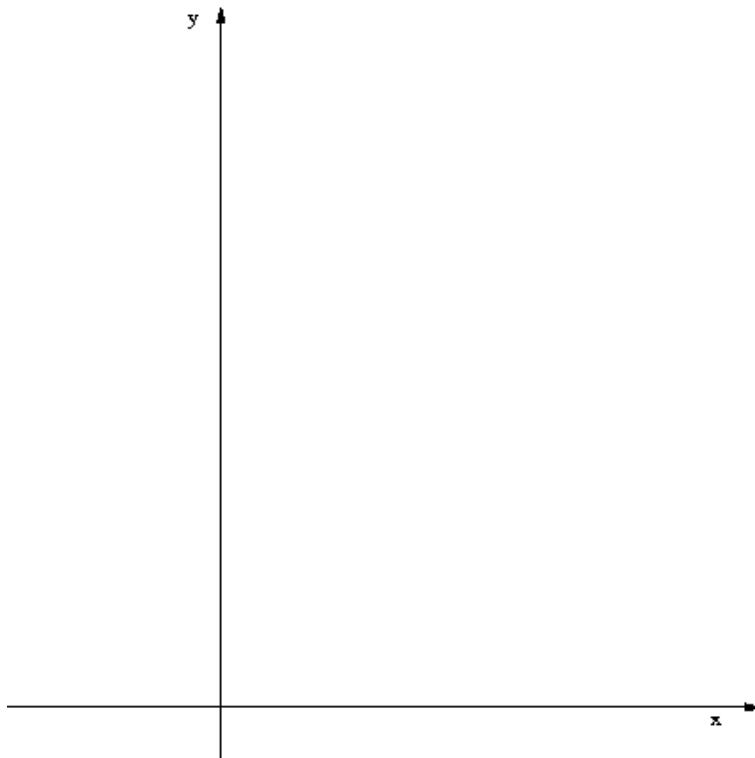
Gegeben ist die ebene Kurve (die sogenannte Evolvente)

$$\mathcal{C} : x(t) = 5 \cos(t) + 5t \sin(t), \quad y(t) = 5 \sin(t) - 5t \cos(t) \quad 0 \leq t \leq \pi$$

- (a) Füllen Sie die Wertetabelle aus und skizzieren Sie die Kurve (eine Einheit entspricht 0,5 cm).

(/ca. 4)

t	$x(t)$	$y(t)$
0		
$\frac{\pi}{4}$		
$\frac{\pi}{2}$		
$\frac{3\pi}{4}$		
π		



Fortsetzung Aufgabe: Ebene Kurven

- (b) Berechnen Sie die Steigung $m_0 = y'$ an der Stelle $t_0 = \frac{\pi}{4}$. Skizzieren Sie die zugehörige Tangente in der Zeichnung von a) .

(/ca. 3)

- (c) Berechnen Sie die Krümmung und den Krümmungskreisradius an der Stelle $t_0 = \frac{\pi}{4}$ (gleiche Stelle wie bei b)).

(/ca. 3)

2. Aufgabe: Simpson-Verfahren und Reihenentwicklung (/ ca. 9 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \sqrt{1+x} \cdot \ln(1+x)$$

- (a) Berechnen Sie das Polynom $T_4(x)$ der McLaurin-Reihe (Taylorreihe an der Stelle $x = 0$).

Hinweis: Versuchen Sie das Polynom aus gegebenen Reihen zu berechnen.

(/ca. 4)

- (b) Berechnen Sie das Integral $\int_0^1 T_4(x) dx$

(/ca. 1,5)

Fortsetzung Aufgabe: Simpson-Verfahren und Reihenentwicklung

- (c) Berechnen Sie das Integral $\int_0^1 f(x)dx$ mit dem Simpson-Verfahren mit der Schrittweite $h = 0,25$.

(/ca. 3,5)

3. **Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** (/ ca. 9 Punkte)

Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = e^{-x^2 - y^2 + 4x}.$$

(a) Zeigen Sie, dass die Höhenlinien ($z = \text{const}$) Kreise sind.

(/ca. 1)

(b) Bestimmen Sie falls vorhanden die Extremwerte und Sattelpunkte.

(/ca. 6)

Fortsetzung Aufgabe: Funktion von 2 Variablen

(c) Berechnen Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $P = (1; 2; z_P)$.

(/ca. 2)

4. **Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung**
Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

(/ ca. 9 Punkte)

$$y' + \frac{4y}{x} = 5$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der obigen Differentialgleichung 1. Ordnung .

(/ca. 7)

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

- (b) Bestimmen Sie die spezielle Lösung y_s für die Anfangsbedingung:
 $x_1 = 1, y_1 = y(x_1) = 2.$

(/ca. 1)

- (c) Berechnen Sie $y_s(3)$ analytisch.

(/ca. 1)

5. Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten
(/ ca. 11 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' + 16y = s(x)$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

(/ca. 2,5)

- (b) Geben Sie die Ansatzfunktion für die Berechnung der partikulären Lösung an für:

(/ca. 2,5)

i. $s(x) = 16 \sin(4x)$

ii. $s(x) = 7 \sin(3x)$

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung

(c) Berechnen Sie die partikuläre Lösung für $s(x) = 7 \sin(3x)$.

(/ca. 5)

(d) Geben Sie die Gesamtlösung (allgemeine Lösung) der inhomogenen Differentialgleichung an.

(/ca. 1)

6. Aufgabe: Statistisches Verfahren (/ ca. 12 Punkte)

Gegeben ist die folgende Messreihe über die Füllmenge in 100 Kraftstofftanks mit dem Sollinhalt 50 Liter:

Inhalt in Liter	Anzahl	
49,75 - 49,85	7	
49,85 - 49,95	23	
49,95 - 50,05	42	
50,05 - 50,15	22	
50,15 - 50,25	6	

(a) Zeichnen Sie das zugehörige Balkendiagramm.

(/ca. 1)

(b) Berechnen Sie den Mittelwert \bar{x} (Genauigkeit: mind. 3 Nachkommastellen) und die empirische Standardabweichung s (Genauigkeit: mind. 4 Nachkommastellen). Für die Berechnung sollen die Klassenmitten der jeweiligen Klassen als Repräsentanten verwendet werden.

(/ca. 3)

Fortsetzung Aufgabe: Statistisches Verfahren

- (c) Im Folgenden sei die Standardabweichung $\sigma = s$ und der Erwartungswert $\xi = \bar{x}$ aus Teil (b) zu verwenden. (Wenn Sie die Werte nicht bestimmen konnten, verwenden Sie die Ersatzwerte $\sigma_e = 0,0989$ und $\xi_e = 49,997$). Es sei davon auszugehen, dass die Daten näherungsweise normalverteilt sind.

Wieviel Prozent der Tanks enthalten weniger als 49,9 Liter?

*Lesen Sie dazu geeignete Werte aus der Tabelle der Normalverteilung ab (s. Anhang). Die Eingabewerte für die Quantile der Verteilungsfunktion der Normalverteilung sollen dazu auf 2 Stellen nach dem Komma **gerundet** werden.*

(/ca. 3)

- (d) Wahrscheinlichkeitspapier

(/ca. 5)

- i. Tragen Sie geeignete Werte im beigefügten Wahrscheinlichkeitspapier ein und stellen Sie fest, ob die Daten näherungsweise als normalverteilt angesehen werden können (Begründung!).
- ii. Lesen Sie im Wahrscheinlichkeitspapier den Mittelwert und die Standardabweichung der Verteilung ab.
- iii. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Tank einen Inhalt zwischen 49,9 und 50,1 Liter?