

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Grafikdisplay

Aufgabensteller: Kaltsidou-Kloster, Pöschl, Radtke, Warendorf

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein!**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte: / ca. 62
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. Aufgabe: Ebene Kurven

(/ ca. 11 Punkte)

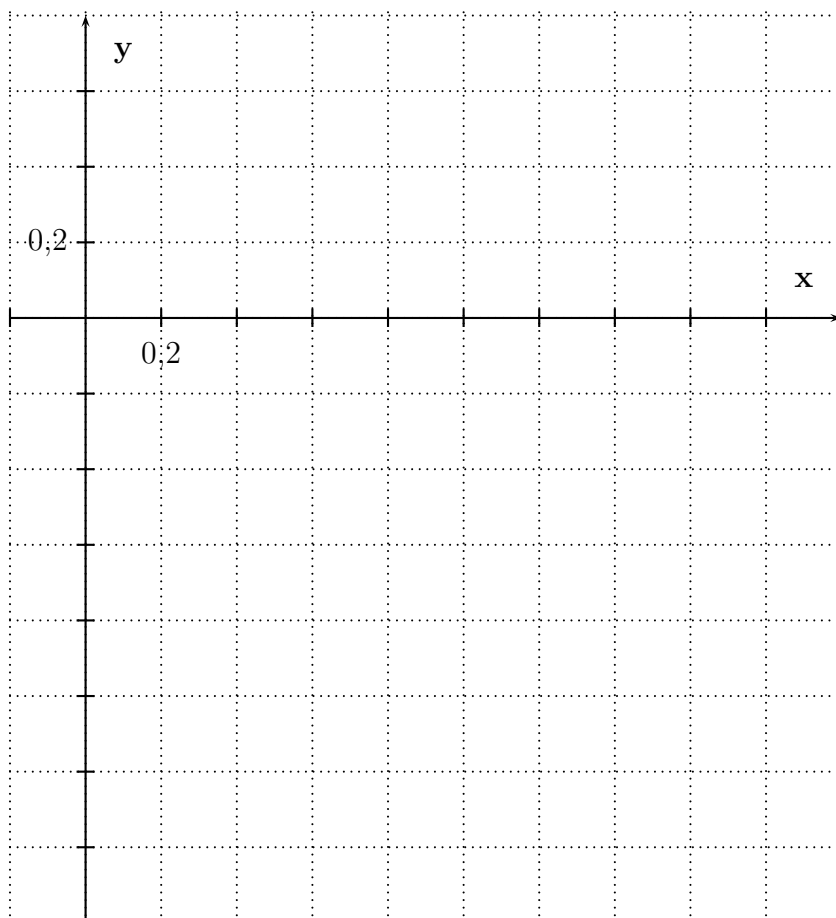
Gegeben ist die ebene Kurve

$$C : x(t) = t \cdot \sin(t), \quad y(t) = \sqrt{t} \cdot \cos(t) \quad 0 \leq t \leq \pi$$

(a) Füllen Sie die Wertetabelle aus und skizzieren Sie die Kurve.

(/ca. 4)

t	$x(t)$	$y(t)$
0		
$\frac{\pi}{4}$		
$\frac{\pi}{2}$		
$\frac{3\pi}{4}$		
π		



Fortsetzung Aufgabe: Ebene Kurven

- (b) Berechnen Sie die Steigung $m_0 = y'$ an der Stelle $t_0 = \frac{\pi}{2}$. Skizzieren Sie die zugehörige Tangente in der Zeichnung von a) .

(/ca. 3)

- (c) Berechnen Sie die Krümmung und den Krümmungsradius an der Stelle $t_0 = \frac{\pi}{2}$ (gleiche Stelle wie bei b)).

(/ca. 4)

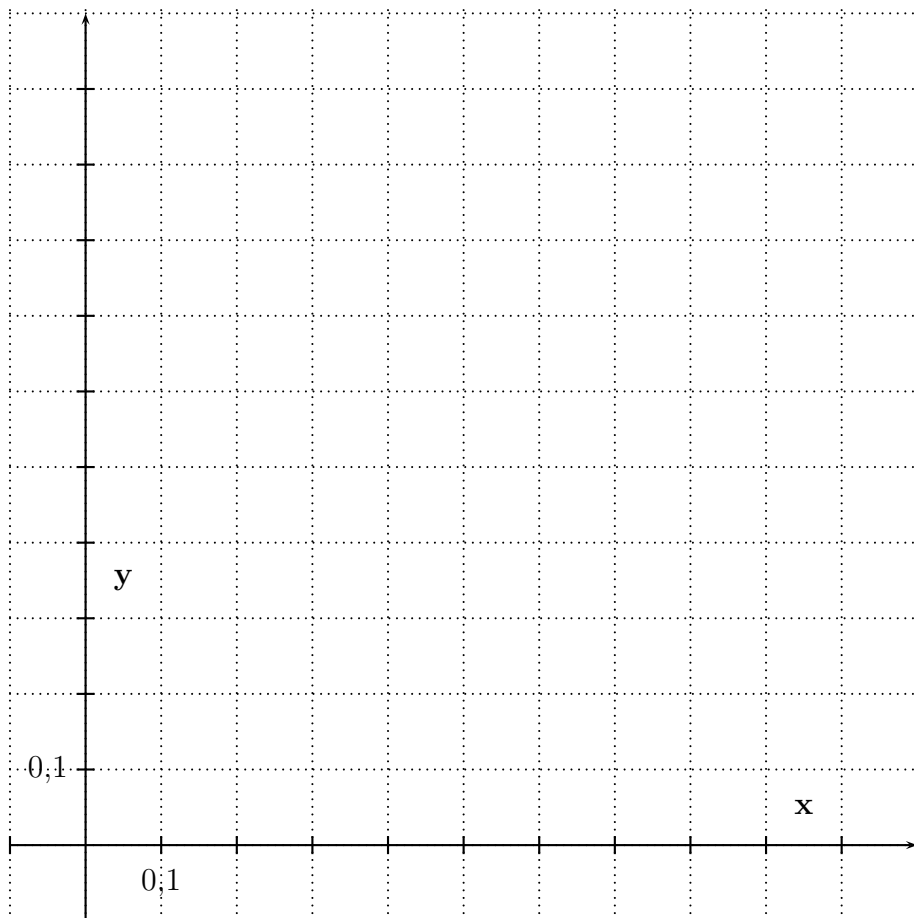
2. Aufgabe: Newtonverfahren (/ ca. 9 Punkte)

Gesucht ist der Schnittpunkt zwischen der Geraden $g(x) = x$ und der Funktion $h(x) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \tan(x)$.

- (a) Füllen Sie die Wertetabelle und skizzieren Sie $g(x) = x$ und $h(x) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \tan(x)$ und lesen den Schnittpunkt aus der Skizze ab.

(/ca. 4)

x	$g(x)$	$h(x)$
0		
0,2		
0,4		
0,6		
0,8		
1		



Fortsetzung Aufgabe: Aufgabe: Newtonverfahren

- (b) Berechnen Sie nun den Schnittpunkt mit Hilfe des Newton-Verfahren. Sie müssen dazu die Gleichung $x = h(x)$ in ein Nullstellenproblem überführen, also $f(x) = x - h(x) = 0$. Berechnen Sie x_3 mit Hilfe des Newton-Verfahrens (Startwert $x_0=0,5$).

(/ca. 5)

3. **Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** (/ ca. 13 Punkte)
Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$$

- (a) Welche Form haben die Höhenlinien? Setzen Sie dazu $z = z_0$.
(/ca. 1)

- (b) Berechnen Sie alle ersten und zweiten partiellen Ableitungen der Funktion.
(/ca. 4)

Fortsetzung Aufgabe: Funktion von 2 Variablen

(c) Berechnen Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $P = (-1; 2; z_P)$.

(/ca. 2)

(d) Bestimmen Sie falls vorhanden die Extremwerte und Sattelpunkte.

(/ca. 3)

(e) Berechnen Sie mit Polar- bzw. Zylinderkoordinaten

$$\iint_G f(x, y) dx dy,$$

wobei G der Kreis um $(0;0)$ mit dem Radius $r = 1$ ist.

(/ca. 3)

4. **Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung** (/ ca. 7 Punkte)
Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' - \frac{y}{x} = 3x^3$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

(/ca. 2)

- (b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der obigen inhomogenen Differentialgleichung 1. Ordnung mit der Variation der Konstanten.

(/ca. 3)

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

- (c) Bestimmen Sie die spezielle Lösung y_s für die Anfangsbedingung:
 $x_0 = 1, y_0 = y(x_0) = 0.$

(/ca. 1)

- (d) Berechnen Sie $y_s(2)$ analytisch.

(/ca. 1)

5. Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten
(/ ca. 12 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' - 6y' + 9y = \cos(2x)$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

(/ca. 2,5)

- (b) Berechnen Sie die partikuläre Lösung.

(/ca. 5,5)

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung

- (c) Geben Sie die Gesamtlösung (allgemeine Lösung) der inhomogenen Differentialgleichung an.

(/ca. 1)

- (d) Berechnen Sie die spezielle Lösung für die Anfangsbedingung $y(x = 0) = 1$ und $y'(x = 0) = 2$

(/ca. 3)

6. Aufgabe: Fourierreihen

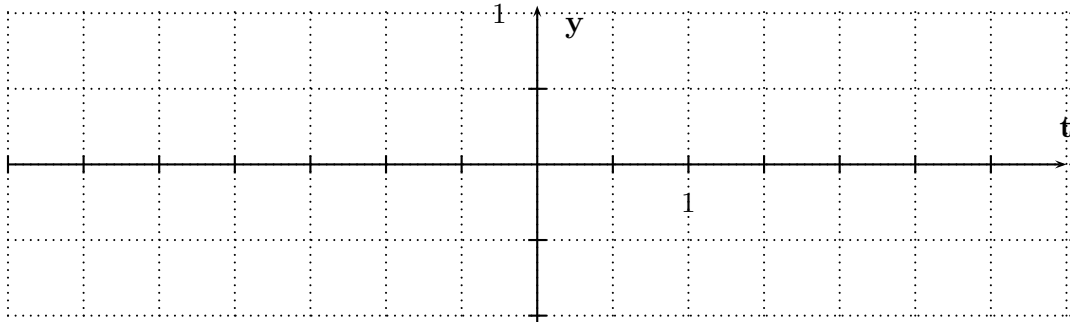
(/ ca. 10 Punkte)

Gegeben ist die folgende periodische Funktion mit der Periode $T = 2$

$$f(t) = t^3 \quad \text{für } -1 \leq t \leq 1, \quad \text{periodisch sonst.}$$

- (a) Skizzieren Sie die Funktion im Intervall $[-3, 3[$.

(/ca. 2)



- (b) Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten (a_0, a_n, b_n) .

(/ca. 5,5)

Fortsetzung Aufgabe: Fourierreihen

(c) Geben Sie das Fourier-Polynom bis zum 3. Glied an: $F_3(t)$.

(/ca. 2,5)