

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner

Aufgabensteller: Hörwick, Kaltsidou-Kloster, Pöschl, Warendorf

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein!**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte: / ca. 62
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. Aufgabe: Ebene Kurven

(/ ca. 11 Punkte)

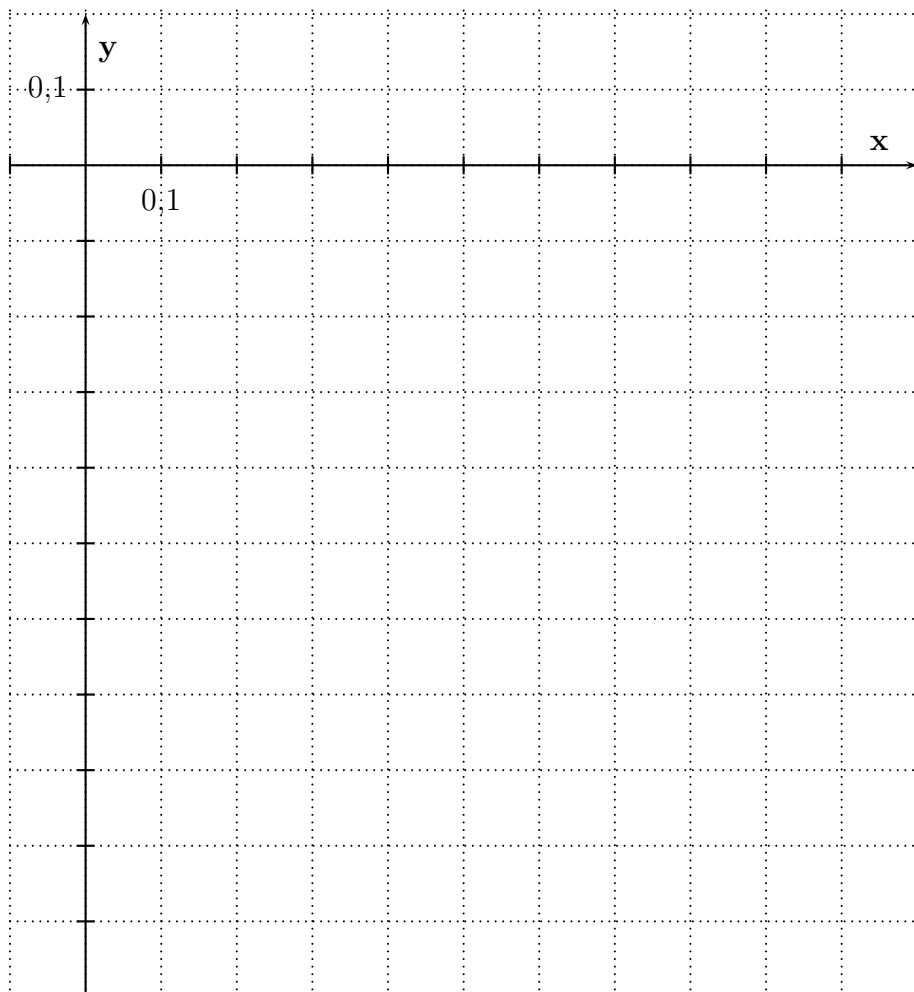
Gegeben ist die ebene Kurve

$$C : x(t) = 3 \cdot t \cdot e^{-t}, \quad y(t) = t^2 - 1 \quad 0 \leq t \leq 1$$

(a) Vervollständigen Sie die Wertetabelle und skizzieren Sie die Kurve.

(/ca. 4)

t	$x(t)$	$y(t)$
0		
0,2	0,49	
0,4	0,80	
0,6		-0,64
0,8	1,08	
1		



Fortsetzung Aufgabe: Ebene Kurven

- (b) Ermitteln Sie die Kurvenpunkte (d.h. t , $x(t)$ und $y(t)$), wo eine
- i. senkrechte bzw.
 - ii. waagerechte Tangente vorliegt.

(/ca. 4)

- (c) Berechnen Sie die Krümmung und den Krümmungskreisradius an der Stelle $t_0 = 0$.

(/ca. 3)

2. **Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** (/ ca. 12 Punkte)

Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = 5 \cdot x \cdot y - 3 \cdot x^5 + \frac{5}{3} \cdot y^3$$

(a) Berechnen Sie alle ersten und zweiten partiellen Ableitungen der Funktion.

(/ca. 2,5)

(b) Bestimmen Sie (soweit vorhanden) alle Extrem- und Sattelpunkte, sowie bei den Extrempunkten deren Typ.

(/ca. 6,5)

Fortsetzung Aufgabe: Funktion von 2 Variablen

(c) Berechnen Sie den Wert des Doppelintegrals

$$\int_0^2 \int_0^1 f(x, y) dx dy.$$

(/ca. 3)

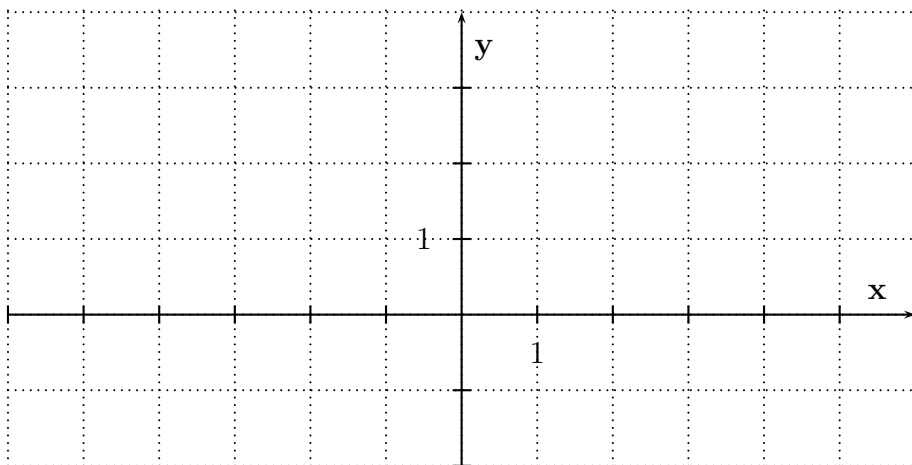
3. Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

(/ ca. 10 Punkte)

$$y' = y^2 - 2y.$$

- (a) Berechnen Sie für $k = -1, 0, 1, 2$ die Isoklinen und zeichnen Sie das Richtungsfeld mit Hilfe der Isoklinen.

(/ca. 4)



- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

(/ca. 4)

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

(c) Bestimmen Sie die spezielle Lösung zu $x_0 = 0$ und $y_0 = y(x_0) = 1$.

(/ca. 2)

4. Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten
(/ ca. 13 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' + ay' + 4y = s(x)$$

(a) Für welche Werte von a hat die charakteristische Gleichung

$$\lambda^2 + a\lambda + 4 = 0$$

(/ca. 3,5)

- i. zwei reelle Lösungen $\lambda_1 \neq \lambda_2$?
- ii. eine doppelte reelle Lösungen $\lambda_1 = \lambda_2$?
- iii. zwei konjugiert komplexe Lösungen $\lambda_1 \neq \lambda_2$?

(b) Geben Sie jeweils die Lösung der zugehörigen homogenen Lösung und die Ansatzfunktion der partikulären Lösung an, für:

(/ca. 5,5)

i. $a = 5$ und $s(x) = x \cdot e^{-x}$

ii. $a = -4$ und $s(x) = e^{2x}$

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung

iii. $a = 0$ und $s(x) = 24 \cdot \sin(4x)$

(c) Berechnen Sie für $a = 0$ und $s(x) = 24 \cdot \sin(4x)$ (siehe Aufgabenteil 4b,iii) die allgemeine Lösung und die spezielle Lösung für die Anfangswerte $y(0) = 3$ und $y'(0) = 0$.

(/ca. 4)

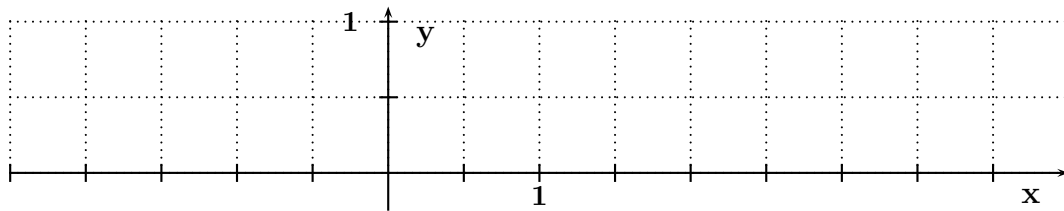
5. Aufgabe: Fourierreihen (/ ca. 10 Punkte)

Gegeben sei die periodische Funktion mit der Periode $T = 2$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ -x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ \text{periodisch} & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Skizzieren Sie die Funktion im Intervall $-2 \leq x \leq 4$.

(/ca. 2)



(b) Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten (a_0, a_n, b_n) . **Beachten Sie hierbei die Symmetrie!**

(/ca. 6)

Fortsetzung Aufgabe: Fourierreihen

(c) Geben Sie die Fourier-Reihe an.

(/ca. 2)

6. Aufgabe: Komplexe Zahlen

(/ ca. 6 Punkte)

Bestimmen Sie zuerst $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ und dann $A, B \in \mathbb{R}$ so, dass folgende Gleichung für alle $z \in \mathbb{C}$ gilt:

$$\frac{3z + 4j}{z^2 + jz + 6} = \frac{A}{z - z_1} + \frac{B}{z - z_2}$$