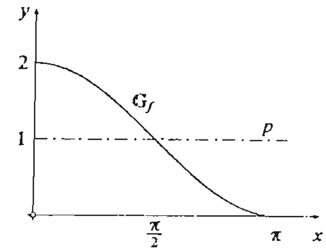
FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN FB 03 FA
VORPRÜFUNG IN MATHEMATIK SS 1995

Aufgabensteller: Genzer, Herrmann, Plöchinger, Schwägerl, Vinzenz
Arbeitszeit: 90 Minuten. Alle Hilfsmittel außer Rechnern sind zugelassen.

Die Ergebnisse sind auf den beiliegenden Arbeitsblättern herzuleiten und einzutragen.
Es sollen alle vier Aufgaben bearbeitet werden.

1. Gegeben ist $y = f(x) = 1 + \cos x;\ 0 \le x \le \pi$. $\mathbb{G}_f$ schließt mit der x- und der y-Achse einen ebenen Bereich $[\mathcal{B}]$ ein.

   a) Ermitteln Sie den Flächeninhalt A von $[\mathcal{B}]$ und die Koordinaten x_S, y_S des Schwerpunktes S von $[\mathcal{B}]$.

   b) $[\mathcal{B}]$ rotiert um die x-Achse und überstreicht dabei einen Drehkörper. Wie groß ist sein Volumen V_x?

   c) $[\mathcal{B}]$ rotiert um die y-Achse und überstreicht dabei einen Drehkörper. Wie groß ist sein Volumen V_y?

   d) Nun rotiert $\mathbb{G}_f$ um die Gerade p mit der Gleichung $y = 1$. Welchen Mantelflächeninhalt A_{Mp} hat die dabei überstrichene Drehfläche?

---

2. Durch $(x - C)^2 + y^2 = \frac{4}{3}C^2 + 4$ ist eine Kurvenschar mit C als Scharparameter gegeben.

   a) Geben Sie Art und Bestimmungsstücke der Scharkurven an.

   b) Ermitteln Sie die Hüllkurve $\mathcal{H}$ der Schar. Geben Sie Art und Bestimmungsstücke von $\mathcal{H}$ an. Skizzieren Sie $\mathcal{H}$ samt den Scharkurven für $C = 0$, $C = \pm 3$.

   c) Welche Koordinaten haben die Berührpunkte von $\mathcal{H}$ mit den Scharkurven in Abhängigkeit von C? Für welche Werte von C ergeben sich überhaupt Berührpunkte?

---

3. Gegeben ist die Differentialgleichung $\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = 8\mathrm{e}^{-t}$.

   a) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

   b) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der gegebenen Differentialgleichung.

   c) Ermitteln Sie die besondere Lösung $y = f(t)$ der gegebenen Differentialgleichung, für die $y = 1$, $\dot{y} = 3$ bei $t = 0$ gilt.

   d) Für welches t nimmt $y = f(t)$ ein Maximum $y_{\max}$ an, und wie groß ist $y_{\max}$?

   e) Für welches t hat $\mathbb{G}_f$ einen Wendepunkt?

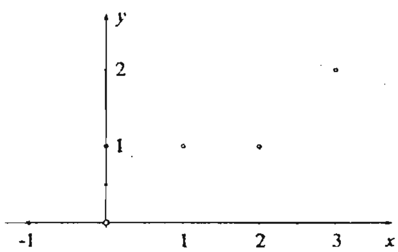
   f) Wie groß ist $\lim\limits_{t \to \infty} f(t)$? Skizzieren Sie $\mathbb{G}_f$ (Verwenden Sie dazu $\mathrm{e}^{-0{,}75} \approx 0{,}47$).

---

4. Gegeben sind die 5 Punkte (-1,0), (0,1), (1,1), (2,1), (3,2) der (x,y)-Ebene. Hierfür soll die Gleichung $y = ax + b$ der Ausgleichsgeraden g ermittelt werden.

   a) Schreiben Sie die Fehlerquadratsumme S als Funktionswert von a und b an.

   b) Welche Normalgleichungen ergeben sich? Berechnen Sie a und b und geben Sie die Gleichung von g an. Zeichnen Sie g in das gegebene Kordinatensystem ein.

   c) Welchen Wert hat S für die ermittelten Werte von a und b?

   d) Berechnen Sie $A_1 = \int_{-1}^{3} (ax + b)\,\mathrm{d}x$.

   e) Die 5 Punkte werden nun als Punkte eines Graphs $\mathbb{G}_f$ aufgefaßt. Ermitteln Sie $A_2 = \int_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ durch numerische Integration nach SIMPSON mit der Schrittweite $h = 1$.

   f) Vergleichen Sie A_2 mit A_1. Welche geometrische Eigenschaft der Punktanordnung ist die Ursache für das Ergebnis?