

Aufgabensteller: Axt, Plöching, Schwägerl, Vinzenz

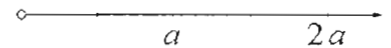
Arbeitszeit: 90 Minuten. Alle Hilfsmittel außer Rechnern sind zugelassen. Es sollen alle sieben Aufgaben bearbeitet werden.

Name: _____	Geb.-Datum: _____	I. Korr.	2. Korr.
Vorname: _____	Aufsicht: _____	Punkte:	
Unterschrift: _____		Note:	
Stud.-Gr.: FA _____ (genaue Angabe!!!)	Saal: _____	Platz: _____	

1. $r = f(\varphi) = a \cdot \frac{\varphi - 1}{\varphi}$ mit $\varphi > 1$ ist die Gleichung einer Kurve C in Polarkoordinaten.

Ermitteln Sie $\lim_{\varphi \rightarrow \infty} f(\varphi)$. Geben Sie eine Kurve \mathcal{K} an, der sich C mit wachsendem φ immer mehr nähert, und skizzieren Sie C .

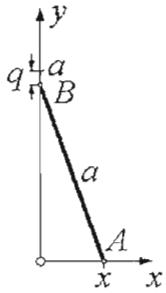
Schraffieren Sie den Bereich, dessen Flächeninhalt $I = \frac{1}{2} \int_{\beta}^{\beta+2\pi} r^2 dr$ ist, in der Skizze für $\beta = 1$. Ermitteln Sie $\lim_{\beta \rightarrow \infty} I$.



2. Durch $y = f(x) = \frac{1}{2}x^2$ mit $0 \leq x \leq c$ ist ein Parabelbogen \mathbb{G}_f bestimmt.

Welchen Mantelflächeninhalt M hat die bei Rotation von \mathbb{G}_f um die y -Achse überstrichene Drehfläche?

3. Der Anfangspunkt A eines Stabes der Länge a ist auf der x -Achse verschiebbar, sein Endpunkt B auf der y -Achse. A wird von $x=0$ an eine Stelle $x \ll a$ verschoben. Setzen Sie für die Differenz $q = a - \sqrt{a^2 - x^2}$, um die B dabei seine y -Koordinate ändert, eine McLaurin-Reihe nach Potenzen von x an und brechen Sie sie nach dem Term mit x^4 ab.



4. Durch $z = f(x, y) = 5 - x^2 + 4x - 4y^2$ ist eine Fläche $[F]$ im Raum gegeben.

- a) Ermitteln Sie die Schnittkurve \mathcal{E} von $[F]$ mit der (x, y) -Ebene. Geben Sie Kurvenart und Bestimmungsstücke von \mathcal{E} an. Ermitteln Sie die Schnittkurve \mathcal{P} von $[F]$ mit der Ebene $x=3$. Geben Sie Kurvenart und Scheitel von \mathcal{P} an.

- b) Stellen Sie eine Gleichung der Tangentialebene τ von $[F]$ im Punkt $T(2, 1, 5)$ auf. Welche besondere Lage hat τ ?

- c) In welchem Punkt E von $[F]$ nimmt z ein Extremum an? Begründen Sie durch Rechnung, ob ein Maximum oder Minimum vorliegt.

5. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y' - y^2 = y^2 \cdot \cos x = 0$.

6. a) Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + 8y' + 16y = 0$?

b) Gegeben ist die Differentialgleichung $y'' + 4y' + 3y = e^{-x}$. $y_h = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$ ist die allgemeine Lösung der dazugehörigen homogenen Differentialgleichung. Berechnen Sie eine besondere Lösung y_p der gegebenen Differentialgleichung.

7. Gegeben sind drei Punkte $P_i(x_i, y_i)$ der (x,y) -Ebene: $P_1(0, \alpha)$, $P_2(1, 0)$, $P_3(2, 1)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Ausgleichsgeraden für die drei Punkte. Für welchen Wert von α nimmt die Fehlerquadratsumme S den Wert 0 an?