FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN FACHBEREICH 03 FA SS 1998

VORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Formelsammlung, Skripten, Bücher, kein Taschenrechner
Aufgabensteller:	Axt, Plöchinger, Schwägerl, Vinzenz

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \dfrac{x}{\ln(1+x)}$. Ermitteln Sie

a) die *Ableitung* $y' = f'(x)$,

$y' =$

b) die *Grenzwerte* $y_0 = \lim\limits_{x \to 0} f(x)$ und $y_0' = \lim\limits_{x \to 0} f'(x)$,

$y_0 =$

$y_0' =$

c) die *Tangente* t des Graphen von $y = f(x)$ bei $x = 0$ und den *Schnittpunkt* $T(x_T, 0)$ von t mit der x-Achse.

$t \ : \ y =$

$x_T =$

Aufgabe 2: Die ebene Kurve $\mathcal{C}$ hat die Parameterform $x = \dfrac{1}{t} + t$ und $y = \dfrac{1}{t} - t$ mit $t > 0$. Ermitteln Sie

a) die *Steigung* $\frac{dy}{dx}$ von $\mathcal{C}$ in den Kurvenpunkten S und P bei $t = 1$ und $t = \frac{1}{2}$,

$\dfrac{dy}{dx} =$

in $S(\quad , \quad) : \dfrac{dy}{dx} =$

in $P(\quad , \quad) : \dfrac{dy}{dx} =$

b) den *Krümmungsradius* ρ von $\mathcal{C}$ in S .

$$\kappa = \frac{1}{\rho} =$$

c) *Skizzieren* Sie $\mathcal{C}$ für $\frac{1}{4} \leq t \leq 4$.

Aufgabe 3: Sei $z = F(x,y) = a \cdot (x^2 - y)^2 + (x-1)^2$ mit $a = \text{const} \neq 0$ die Gleichung einer Fläche $[F]$. Ermitteln Sie

a) Gleichung und Skizze der *Schnittkurve* $\mathcal{P}$ von $[F]$ mit der (y,z)-Ebene,

$\mathcal{P} \; : \; z =$

b) die *Koordinate* x_P so, daß die Tangentialebene τ von $[F]$ im Punkt $P(x_P, 1, z_P)$ parallel zur (x,y)-Ebene ist,

$F_x =$

$F_y =$

$x_P =$

c) die *Art* von P (Extremum oder Sattelpunkt von $[F]$) bei $a = 1$ und $a = -1$.

$a = 1$:

$a = -1$:

Aufgabe 4: Durch $r = 1 + \cos\phi$ mit $0 \leq \phi \leq \pi$ ist eine ebene Kurve $\mathcal{C}$ in Polarkoordinaten gegeben.

a) Berechnen Sie die *Bogenlänge* s von $\mathcal{C}$. Hinweis: $1 + \cos\phi = 2\cos^2\frac{\phi}{2}$.

$s =$

b) *Skizzieren* Sie $\mathcal{C}$.

Aufgabe 5: Ermitteln Sie die *Lösung* $y = \phi(x)$ der Differentialgleichung $y'' = 2y \cdot (1 + y^2)$ mit den Anfangsbedingungen $y = 0$ und $y' = 1$ bei $x = 0$. Hinweis: Substituieren Sie $v = y'$ und fassen Sie v als Funktion von y auf.

$\frac{dv}{dy} =$

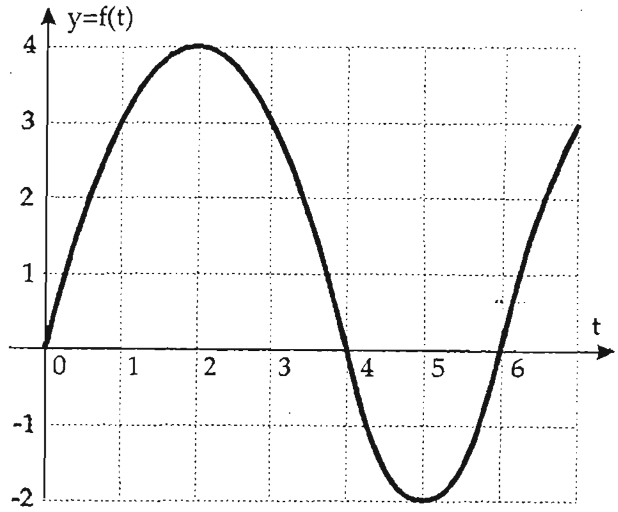
$\frac{dy}{dx} = v =$

Lösung $y =$

Aufgabe 6: Gegeben ist der Graph G_f der periodischen Funktion $y = f(t)$ mit der Periode $T = 6$ (Die Geraden $t = 2$ und $t = 5$ sind Symmetrieachsen von G_f; siehe Skizze).

a) Ermitteln Sie mit Hilfe der SIMPSON-schen Formel zur Schrittweite $h = 1$ eine *Näherung* S des konstanten Koeffizienten $\frac{a_0}{2}$ der Fourier-Reihe von $f(t)$.

$S =$



b) Zeichnen Sie den *Graphen* von $y = \sin(\pi \cdot t)$ in die Skizze ein.

c) Ermitteln Sie ohne Rechnung den *Fourier-Koeffizienten* b_3 von $f(t)$.

$b_3 =$