FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN FACHBEREICH 03 FA SS 1999

VORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Graphikdisplay
Aufgabensteller:	Axt, Kloster, König, Plöchinger, Radtke, Schwägerl

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen** !!

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Sei $y = \sqrt{x^2 - 1}$ mit $x \in [1, 3]$ die Gleichung einer Kurve $\mathcal{H}$ in der (x, y)-Ebene. Wenn der von $\mathcal{H}$, der x-Achse und der Geraden $x = 3$ eingeschlossene Bereich um die x-Achse rotiert, entsteht ein Drehkörper mit dem Volumen V und dem Mantelflächeninhalt A.

a) Skizzieren Sie $\mathcal{H}$,

b) berechnen Sie V,

$V =$

c) begründen Sie die Formel $A = 2\pi \int_1^3 \sqrt{2x^2 - 1}\, dx$,

$A =$

d) ermitteln Sie die SIMPSON-Näherung S von A bei der Schrittweite $h = 1$.

$S =$

Aufgabe 2: Gegeben sei die Differentialgleichung (DGL) $y'' - y = b(x)$.

a) Ermitteln Sie die *allgemeine Lösung* y_h der dazugehörigen *homogenen* DGL.

$y_h =$

b) Welchen Ansatz für eine *partikuläre Lösung* y_p der DGL macht man bei

(1) $b(x) = x^2 \cdot e^{3x}$, (2) $b(x) = 2(1-2x) \cdot e^x$, (3) $b(x) = e^{-x} \cdot \cos x$?

(1) $y_p =$

(2) $y_p =$

(3) $y_p =$

Sei jetzt $y_p = (2x - x^2) \cdot e^x$ eine *partikuläre Lösung* der DGL. Ermitteln Sie hierzu

c) die *spezielle Lösung* der DGL mit $y = 1$ und $y' = 5$ bei $x = 0$.

$y =$

Aufgabe 3: Gegeben sei die DGL $y' = 2xy$. Ermitteln Sie

a) die *exakte* Lösung y der DGL mit $y = 1$ bei $x = 0$,

$y =$

b) eine RUNGE-KUTTA-Näherung $\mathbf{y}^*$ für y bei $x = 1$. Verwenden Sie dabei den Startwert $x_0 = 0$ und die Schrittweite $h = 1$,

$\mathbf{y}^* =$

c) die MACLAURIN-Reihe $T_6(x)$ von y bis einschließlich Term x^6 ,

$T_6(x) =$

d) die Differenz $\mathbf{y}^* - T_6(1) =$

Aufgabe 4: Eine Flüssigkeit strömt in z-Richtung durch ein Rohr mit kreisförmigem Querschnitt in der (x, y)-Ebene. Der Querschnitt hat den Radius $R = 5$. Die Strömungsgeschwindigkeit in einem Querschnittpunkt $P(x, y)$ ist

$$v = v^\star \cdot \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2}\right) \quad \text{mit} \quad v^\star = const$$

a) Welche Geschwindigkeit v hat man im Rohrzentum $O(0,0)$ und im Punkt $P(3,4)$?

$v(O) =$ $\qquad\qquad\qquad$ $v(P) =$ ○

b) Skizzieren Sie die Geschwindigkeit v in der (x, v)-Ebene, d.h. bei $y = 0$, ○

c) zeigen Sie: der ebene Bereich, der von der Kurve $v = c = const$ umschlossen wird, hat den Inhalt $A(c) = \pi R^2 \cdot \left(1 - \frac{c}{v^\star}\right)$. ○

d) Berechnen Sie die sekundliche Durchflußmenge $Q = \int\limits_0^{v^\star} A(c)\, dc$,

$Q =$ ○

e) wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit $\overline{v} = \dfrac{Q}{A(0)}$?

$\overline{v} =$ ○