FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN | FACHBEREICH 03 FA | WS 01/02

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner, ohne Graphikdisplay
Aufgabensteller: Gröger, Kloster, Plöchinger, Rast, Schwägerl

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen** !!

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Sei $y = f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}$ mit $x \in [0, 2]$.

a) Zeichnen Sie den *Graphen* von $y = f(x)$ und berechnen Sie

b) den Wert des bestimmten Integrals $I = \int\limits_0^2 f(x)\, dx$ exakt,

c) eine Näherung Q von I nach der *Faßregel* (Simpson-Regel für $n = 2$),

d) das *MacLaurin-Polynom* $T_4(x)$ von $y = f(x)$ bis zum Term $c_4 \cdot x^4$.
Hinweis: Verwenden Sie die Formel für die binomische Reihe.

Aufgabe 2: Die ebene *Kurve* $\mathcal{C}$ hat *in Polarkoordinaten* die Formel $r = \sin\varphi$ mit $\varphi \in [0, \pi]$.

a) Skizzieren Sie $\mathcal{C}$ und berechnen Sie

b) den *Inhalt* A der von $\mathcal{C}$ umschlossenen Fläche,

c) die *Länge* L von $\mathcal{C}$.

d) Zeigen Sie, daß $\mathcal{C}$ die *implizite Gleichung* $x^2 + y^2 = y$ hat.

e) Ermitteln Sie die *Kurvenart* und die Bestimmungsgrößen von $\mathcal{C}$.

Aufgabe 3: Sei $y = f(x) = \left\{ \begin{array}{r} \pi \cdot \sin x \text{ , für } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 \text{ , für } \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{array} \right\}$ eine *g e r a d e* Funktion der Periode 2π .

a) Skizzieren Sie $y = f(x)$ für $x \in (-\pi, 3\pi)$ und ermitteln Sie von dieser Funktion

b) die *Fourier-Koeffizienten* a_0 und a_1 sowie b_n für $n = 1, 2, \cdots$,

c) das *Fourier-Polynom* $F_1(x)$ der Ordnung 1 .

Aufgabe 4: Sei $z = f(x,y) = y^4 - 6xy^2 + 2x^3$ die Gleichung einer Fläche $\mathcal{F}$. Ermitteln Sie

a) Gleichung und Skizze der *Schnittkurve* von $\mathcal{F}$ mit der (x,z)- und der (y,z)-Ebene,

b) einen *Sattelpunkt* $S(x_0, y_0, z_0)$ von $\mathcal{F}$,

c) ein *Extremum* $E(x_1, y_1, z_1)$ von $\mathcal{F}$ mit $y_1 > 0$,

d) die Gleichung der *Tangentialebene* τ von $\mathcal{F}$ im Flächenpunkt $A(1, 1, z_2)$.

Aufgabe 5: Ermitteln Sie die Lösung der DGL $y'' = -2x \cdot (y')^2$ mit den *Anfangswerten* $y = 0$ und $y' = 1$ an der Stelle $x = 0$.