Fachhochschule München Fachbereich 03 FA WS 02/03

Diplomvorprüfung in Mathematik - Fahrzeugtechnik -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner, ohne Graphikdisplay
Aufgabensteller: Gröger, Kloster, Plöchinger, Pöschl, Stiefenhofer

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen** !!

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{1+x^3}$ für $-1 < x < 1$. Ermitteln Sie

a) das *MacLaurin-Polynom* $T_6(x)$ von $f(x)$ bis zum Term $c_6\, x^6$,

b) das *Integral* $S = \int\limits_0^1 T_6(x) =$

c) die Näherung Q des Integrals $I = \int\limits_0^1 f(x)\, dx$ mit der *Kepler-Faßregel*.

Aufgabe 2: Sei $y = f(x)$ die Funktion der Periode 2π mit $y = A \cdot e^{-x}$ für $0 < x < 2\pi$ und der Konstanten $A = \dfrac{\pi}{1 - e^{-2\pi}} = 3.14747 \cdots$.

a) *Skizzieren* Sie $y = f(x)$ für $x \in (-2\pi, 4\pi)$.

b) Ermitteln Sie von dieser Funktion den *Fourier-Koeffizienten* $a_0 =$

c) für $n = 1, 2, \cdots$ die *Fourier-Koeffizienten* $a_n =$

d) für $n = 1, 2, \cdots$ die *Fourier-Koeffizienten* $b_n =$

e) die *Fourier-Reihe* $F(x) =$

Aufgabe 3: Die Koordinaten eines Punktes $P(x, y)$ einer ebene Kurve $\mathcal{C}$ seien in Parameterform gegeben durch $x = t \cdot \cos t$ und $y = \cos t$ mit $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$. Berechnen Sie

a) die *Steigung* y' von $\mathcal{C}$ in einem Kurvenpunkt P ,

b) das *Maximum* $S(x_0, y_0)$ von $\mathcal{C}$,

c) den *Inhalt* A der von $\mathcal{C}$ umschlossenen Fläche,

d) die *Krümmung* κ von $\mathcal{C}$ im Punkt S .

e) *Skizzieren* Sie $\mathcal{C}$.

Aufgabe 4: Durch $y = 1$, $y = 2x - 1$ und $y = 5 - x$ seien drei *Geraden* in der (x, y)-Ebene gegeben, die sich in den Punkten P , Q und R schneiden.

a) *Zeichnen* Sie die drei Geraden,

b) ermitteln Sie die *Koordinaten* von P , Q und R ,

c) zeigen Sie, daß $z = f(x, y) = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-4)^2 + (y-1)^2 + (x-2)^2 + (y-3)^2$ die *Summe der Abstandsquadrate* eines beliebigen Punktes $M(x, y)$ zu P , Q und R ist.

d) Für welchen Punkt $M(x_0, y_0)$ ist $f(x, y)$ extremal? Welches Extremum liegt vor?

Aufgabe 5: Sei y die Lösung der DGL $y'' = f(y, y') = \dfrac{1-(y')^2}{y}$ mit $y = 1$ und $y' = 0$ bei $x = 0$.

a) Zeigen Sie, daß für die *Ableitung* $v = y'$ von y gilt $v = \pm\dfrac{\sqrt{y^2-1}}{y}$,

b) berechnen Sie die *Lösung* y ,

c) *skizzieren* Sie y .