Fachhochschule München Fachbereich 03 FA WS 2003/2004

Diplomvorprüfung in Mathematik II (Analysis) – Fahrzeugtechnik -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller: Gröger, Kloster, Pöschl

WICHTIG :

Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!

Alle Prüfungsteilnehmer bearbeiten die Aufgaben 1-5.
Wiederholer und Nachholer der Prüfung vom SS 2003 bearbeiten die Aufgabe 6_W1 (Maple)
Alle anderen Wiederholer und Nachholer bearbeiten die Aufgabe 6_W2 (Numerische Integration)

Name:	**Geb. – Datum**	**Punkte: (/ 72)**
Vorname:	**Stud.- Gruppe**	**Korr:**
Raum/Platz-Nr:	**Aufsicht:**	**Note:**

Aufgabe 1: (Kurven, Parameterdarstellung, Sektorfläche, max = 18 Punkte)

Die ebene Kurve k habe die Parameterdarstellung:

$$x = \frac{1}{\cos(t)}, \quad y = \tan(t) \quad \text{mit} \quad t \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[.$$

P sei der zu dem Parameterwert $\frac{\pi}{4}$ gehörige Punkt von k.

a) Berechnen Sie die Koordinaten von P und die Steigung von k in P, sowie die Gleichung der Tangente an k in P. (/5)

b) Ermitteln Sie den Krümmungsradius ρ von k in P. (/7)
Skizzieren Sie den Krümmungskreisbogen bei P unter Berücksichtigung der Ergebnisse in Aufgabenteil a) . (Einheit 1 cm).

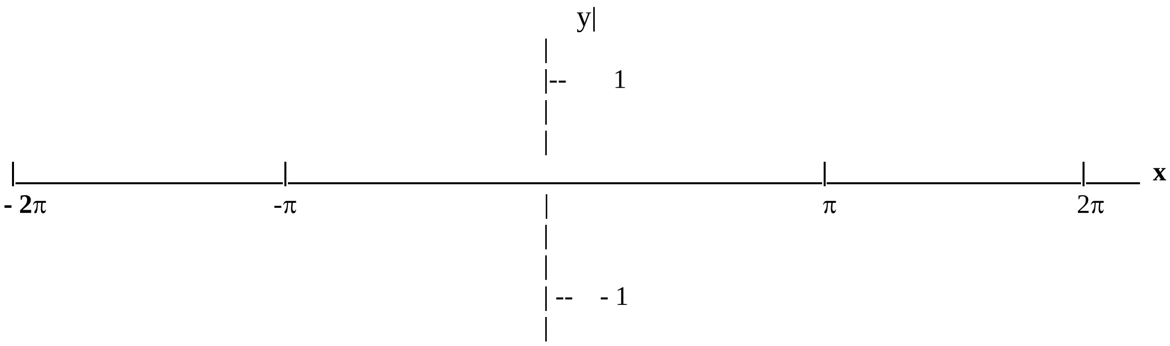
c) Zeigen Sie, dass k in impliziter Form durch $x^2 - y^2 = 1$ mit $x > 0$ gegeben ist. (/1)

d) Berechnen Sie den Inhalt A der Sektorfläche von k zwischen den Punkten S = (1,0) und P. (/5)

Aufgabe 2 : (Fourierkoeffizienten, Fourierpolynom, max = 16 Punkte)

Durch $y = -\left(\frac{x}{\pi}\right)^{2}$ für $x \in [-\pi, 0[$ und $y = \left(\frac{x}{\pi}\right)^{2}$ für $x \in [0, \pi[$ sei eine (ungerade) Funktion mit der Periode 2π definiert.

a) Skizzieren Sie $y = f(x)$ für $x \in [-2\pi, 2\pi[$ (/2)



b) Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten a_0 , a_1 , a_2, a_3 ,b_1, b_2 und b_3. (/7)

c) Geben Sie das Fourierpolynom F3(x) 3. Grades (d.h., den Teil der Fourierreihe bis einschließlich zu den Koeffizienten a_3 und b_3) an. (/2)

d) Berechnen Sie das Integral $I_1 = \int_0^{\pi} f(x)dx$ und das Integral $I_2 = \int_0^{\pi} F3(x)dx$. (/5)

Dabei sei F3(x) das Aufgabenteil c) ermittelte Fourierpolynom 3.Grades.

Aufgabe 3 : (Funktion von zwei Variablen, Extremwerte, Volumenintegral, max = 7 Punkte)

Die Fläche F1 habe die Gleichung:

$z = f(x,y) = 15xy - 5x^3 - 5y^3$.

Man ermittle die Werte $(x,y) \in \mathbf{R}^2$, in denen Extremwerte oder Sattelpunkte auftreten. (/7)
Berechnen Sie bei eventuellen Extremwerten, ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt.

Aufgabe 4: (Gewöhnliche Differentialgleichung 1.Ordnung, max = 11 Punkte)

Ermitteln Sie für die DGL $y' = \frac{1}{y(1+x^2)}$ für $y>0$

a) Die allgemeine Lösung y (/3)

b) Die spezielle Lösung durch den Punkt x = 1, y = 2. (/2)

c) Mit dem Startwert $x_0 = 1$ und $y_0 = 2$ und der Schrittweite h = 1 berechne man den Wert y(2) mit dem Runge Kutta Verfahren , sowie **exak**t gemäß Aufgabenteil b). (/6)

Aufgabe 5: (Lineare inhomogene Differentialgleichung 2.Ordnung mit konstanten Koeffizienten, max = 11 Punkte)

Gegeben ist die DGL $y'' + y' = e^{-x}\sin(x)$. Gesucht ist:

a) Die allgemeine Lösung der DGL (/8)

Hinweis: Eine partikuläre Lösung y_p findet man mit Hilfe eines Ansatzes vom Typ
$y_p = e^{\alpha x}(A\sin(\beta x)+B\cos(\beta x))$, falls $\alpha + i\beta$ (i bezeichnet die imaginäre Einheit) keine Nullstelle des charakteristischen Polynoms ist, sonst das x-fache davon.

b) Die spezielle Lösung der DGL, die bei x = 0 den Wert y = 2 und die Ableitung y' = 0 hat. (/3)

Aufgabe 6_W1 : (Maple) für Wiederholer/ Nachholer der Prüfung vom SS 2003, also alle Studenten, die jetzt im 3.Fachsemester sind. Max = 9 Punkte.

a) Welche MAPLE – Befehle erzeugen eine Taylorreihe der Funktion y = cos(x) um den Entwicklungspunkt x = 3 bis zum Glied mit $(x-3)^4$, Restglied $O((x-3)^5)$? (/3)

b) Welche MAPLE Befehle berechnen die Stammfunktion der Funktion $y = x * e^x$? (/3)

c) Welche MAPLE Befehle berechnen für die Funktion y aus Aufgabenteil b) (/3)

das Integral $\int_1^5 y(x)dx$?

Aufgabe 6_W2 : (Numerische Integration) für alle anderen Wiederholer/ Nachholer, max = 9 Punkte

Gegeben ist die Funktion y = f(x) = (4-x)sinh(x) mit $x \in [\, 0\ ,\ 4\,]$.

Man berechne das Integral $\int_0^4 y(x)dx$ auf zweierlei Arten:

a) exakt (/3)

b) numerisch nach der Simpson - Regel (Schrittweite h = 1) (/6)