

## DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Matrizenalgebra

Aufgabensteller: Pöschl, Warendorf, Kloster

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen !!  
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein !!**

**Alle Studenten, die den Maple-Kurs besucht haben, bearbeiten Aufgabe 6.  
Alle anderen Studenten (ohne Maple-Kurs) bearbeiten Aufgabe 5c,d**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte:
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. Aufgabe: Funktion von 2 Variablen

( / 12 Punkte)

Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - 4x + 4y + 1.$$

(a) Skizzieren Sie

- i. die Höhenlinie bei  $z = 1$ . (Hinweis: Quadratische Ergänzung führt auf eine bekannte Kurve)
- ii. die Schnittkurve mit der  $y, z$ -Koordinaten-Ebene ( $x = 0$ ).
- iii. die Schnittkurve mit der  $x, z$ -Koordinaten-Ebene ( $y = 0$ ).

(b) Bestimmen Sie die Extremwert(e) und deren Typ.

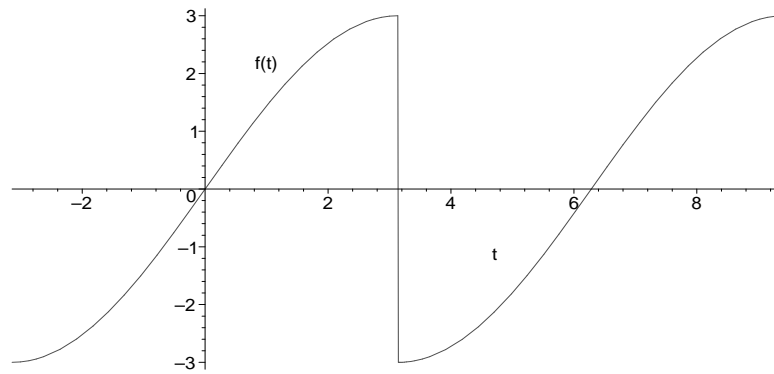
(c) Bestimmen Sie die Tangentialebene im im Punkt  $P(1, 2, z)$ .

2. Aufgabe: Fourierreihen

( / 12 Punkte)

Gegeben ist die (ungerade) Funktion  $2\pi$ -periodische Funktion

$$f(t) = 3 \sin\left(\frac{t}{2}\right) \quad t \in [-\pi, \pi[ , \text{periodisch sonst.}$$



Bestimmen Sie die Fourierreihe von  $f(t)$ .

### 3. Aufgabe: Kurve in Parameterdarstellung

( / 12 Punkte)

Gegeben ist die Kurve in Parameterdarstellung

$$x = \cos(t) + t \sin(t)$$

$$y = \sin(t) - t \cos(t), \quad \text{mit } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

(a) Erstellen Sie eine Wertetabelle:

$t$	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$x(t)$					
$y(t)$					

- (b) Berechnen Sie die Steigung und geben Sie die Werte des Parameters  $t$  an, für die die Kurve eine horizontale bzw. vertikale Tangente hat.
- (c) Skizzieren Sie die Kurve im Intervall  $I = [0; \frac{\pi}{2}]$  (1 LE = 2cm).
- (d) Berechnen Sie die Bogenlänge im Intervall  $I = [0; \frac{\pi}{2}]$ .

4. Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung

( / 12 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$y'' + 9y = \sin(3x).$$

5. Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

( / 12 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' = x \cdot y \cdot (1 - y).$$

Bestimmen Sie

- (a) die allgemeine Lösung.
- (b) die spezielle Lösung mit den Anfangsbedingungen  $x_0 = 0$  und  $y_0 = 2$ .
- (c) **c,d: nur für Studenten, die NICHT den Maple-Kurs besucht haben.**  
den exakten Wert  $y_1$  der speziellen Lösung aus Aufgabenteil 5b bei  $x_1 = 0,5$ .
- (d) den Näherungswert bei  $x_1 = 0,5$  mit den Anfangsbedingungen  $x_0 = 0$  und  $y_0 = 2$  mit Hilfe vom Runge-Kutta-Verfahren in einem Schritt.

6. **Aufgabe MAPLE: nur für Studenten, die den Maple-Kurs besucht haben.**  
( / 4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = 3 \arctan(x)$$

- (a) Definieren Sie obige Funktion mit MAPLE.
- (b) Welcher MAPLE-Befehl berechnet die 2. Ableitung an der Stelle 1:  $f''(1)$ ?
- (c) Geben Sie den Maple-Befehl an, der die Funktion  $f(x)$  in eine Taylorreihe um den Entwicklungspunkt  $x = 1$  bis zum Glied  $(x - 1)^2$  entwickelt.
- (d) Geben Sie den Maple-Befehl zur Berechnung von  $\int_0^{0,5} f(x) dx$  an.