

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Grafikdisplay

Aufgabensteller: Warendorf, Pöschl, Kloster

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen !!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein !!**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte: / 60
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. **Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung und Runge-Kutta-Verfahren**
(/ ca. 12 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$xy' = x + 2y.$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der obigen Differentialgleichung.
(Hinweis: Bringen Sie sie zuerst auf die Form: $y' = \dots$ und wenden dann Substitution an.)

- (b) Bestimmen Sie die spezielle Lösung y_s für die Anfangsbedingung:
 $x_0 = 1, y_0 = y(x_0) = 2$

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

- (c) Berechnen Sie die Lösung y_s an der Stelle $x = 2$ exakt.
- (d) Berechnen Sie die Lösung an der Stelle $x = 2$ mit dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung in einem Schritt ($h = 1$, Anfangsbedingungen s. (b)).

2. **Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung**

(/ ca. 10 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' + y' - 12y = s_i(x).$$

(a) Berechnen Sie die Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

(b) Geben Sie den Ansatz an für die partikuläre Lösung für

i. $s_1(x) = x^2 e^{-4x}$

ii. $s_2(x) = e^{-3x} \cos x$

iii. $s_3(x) = e^{3x}$

(c) Berechnen Sie die Lösung für die Störfunktion s_3 .

Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung

3. Aufgabe: Funktion von 2 Variablen (/ ca. 11 Punkte)

Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = e^{-x^2-2x-3y^2}.$$

- (a) Berechnen Sie die Höhenlinie für $z = 1$ und zeichnen Sie sie (1LE=2cm).
(Hinweis: Sie müssen die quadratische Ergänzung verwenden, um die Form der Kurve zu erkennen.)

Fortsetzung Aufgabe: Funktion von 2 Variablen

- (b) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung. Geben Sie Art und Lage der Extrempunkte und der Sattelpunkte an, soweit welche vorhanden sind.
($z = f(x, y) = e^{-x^2-2x-3y^2}$).

4. **Aufgabe: Taylor-Reihen**

(/ ca. 10 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \cos x \cdot \ln(x + 1)$$

Bestimmen Sie die Glieder der Taylor-Reihe um $x_0 = 0$ (MacLaurin-Reihe) von $f(x)$ bis zur Potenz x^3 .

5. Aufgabe: Ebene Kurve in Polarkoordinaten (/ ca. 10 Punkte)

Gegeben ist die ebene Kurve in **Polarkoordinaten**

$$\mathcal{C} : r(\varphi) = 10 \cdot \varphi^{-\frac{1}{4}} = \frac{10}{\sqrt[4]{\varphi}}, \quad 0 < \varphi \leq 2\pi$$

(a) Berechnen Sie die Ableitung in Abhängigkeit von φ .

(b) Berechnen Sie die Werte der Wertetabelle und skizzieren Sie die Kurve im Intervall $0 < \varphi \leq 2\pi$ (1LE = 0,5 cm).

φ	$r(\varphi)$
$\rightarrow 0$	
$\frac{\pi}{4}$	
$\frac{\pi}{2}$	
$\frac{3\pi}{4}$	
π	
$\frac{5\pi}{4}$	
$\frac{3\pi}{2}$	
$\frac{7\pi}{4}$	
2π	

(c) Berechnen Sie die Fläche des Sektors im Intervall $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi$ und schraffieren Sie die Fläche in Ihrer Zeichnung.

6. Aufgabe: Maple

(/ ca. 7 Punkte)

- (a) Geben Sie die Maple-Ausgabe der folgenden Maple-Befehle an. Zeichnen Sie auch den Plot (1LE=2cm).

```
> f:=x->sin(x);
```

```
> int( f(x), x=0..Pi );
```

```
> plot(f,0..Pi);
```

- (b) Geben Sie die Maple-Befehle für die Berechnung und Zeichnung von Höhenlinien für $z = 1, z = 2$ für die Funktion aus Aufgabe 3 an ($z = f(x, y) = e^{-x^2-2x-3y^2}$).