

## DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Grafikdisplay

Aufgabensteller: Bergmann, Hörwick, Kloster, Pöschl, Warendorf

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!  
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein!**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte: / ca.
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

**1. Aufgabe: Ebene Kurven** ( / ca. Punkte)

Gegeben ist die ebene Kurve

$$\mathcal{C} : x(t) = 5 \sin(2t), \quad y(t) = 5 \sin(t), \quad -1 \leq t \leq 2\pi$$

- (a) Berechnen Sie die Stellen, an denen die Kurve eine horizontale Tangente bzw. eine waagerechte Tangente hat. Berechnen sie auch die zugehörigen Punkte.

( /ca. )

- (b) Skizzieren Sie die Kurve mit Hilfe der Ergebnisse aus (a) und einer Wertetabelle ( $t = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \dots, 2\pi$ ).

( /ca. )

*Fortsetzung Aufgabe: Ebene Kurven*

- (c) Berechnen Sie den Punkt  $P$  und die Krümmung an der Stelle  $t_p = \frac{\pi}{2}$ .

( /ca. )

- (d) Berechnen Sie die Sektorfläche zwischen  $Q(t_Q = 0)$  und  $P(t_P = \frac{\pi}{2})$ . Zeichnen Sie die Sektorfläche in Ihrer Skizze von Aufgabenteil (b) ein.

**2. Aufgabe: Fourierreihen** ( / ca. 12 Punkte)

Gegeben ist die folgende gerade periodische Funktion mit der Periode

$$T = 2\pi$$

$$f(t) = \begin{cases} -\pi & , \text{für } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ -2\pi - 2t & , \text{für } \frac{\pi}{2} < t \leq \pi \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie die Funktion im Intervall  $[-4\pi, 4\pi[$ .

( /ca. 3)

1

x

- (b) Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten der zugehörigen Fourierreihe von  $f(t)$ .

( /ca. )

*Fortsetzung Aufgabe: Fourierreihen*

- (c) Geben Sie das Fourier-Polynom bis zum 4. Glied an:  $F_4(t)$ .

( /ca. 5)

**3. Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** ( / ca. Punkte)

Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 3xy + 4x + 20.$$

- (a) Bestimmen Sie falls vorhanden die Extremwerte. Welchen Wert hat die Funktion an diesen Stellen

( /ca. )

- (b) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der unten ( $z=0$ ) von dem Normalbereich  $B : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$  und oben von der gegebenen Fläche ( $z = f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 3xy + 4x + 20$ ) begrenzt wird.

( /ca. )

- (c) Berechnen und zeichnen (1LE = 1cm) Sie die Schnittkurve mit der  $x, z$ -Ebene.

( /ca. )

**4. Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung** ( / ca. 12 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$x \cdot y \cdot y' = 2x^2 + y^2$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der obigen Differentialgleichung 1. Ordnung .

Hinweis: Bringen Sie die Differentialgleichung zuerst auf die Form  $y' = \dots$  und wenden dann das Verfahren der Substitution an.

( /ca. 4)

- (b) Bestimmen Sie die spezielle Lösung  $y_s$  für die Randbedingung:  
 $x_1 = 1, y_1 = y(x_1) = 4.$

( /ca. 2)

**5. Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten**  
( / ca. Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' - \frac{1}{2}y' + \frac{1}{16}y = 2x$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

( /ca. 3)

- (b) Geben Sie die Ansatzfunktion für die Berechnung der partikulären Lösung an.

( /ca. 1)

*Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung*

- (c) Berechnen Sie die partikuläre Lösung.

( /ca. 4)

- (d) Geben Sie die Gesamtlösung (allgemeine Lösung) der inhomogenen Differentialgleichung an.

( /ca. 1)

- (e) Berechnen Sie die spezielle Lösung  $y_s$  mit den Anfangsbedingungen  $y(0) = 0$  und  $y'(0) = 1.$

**6. Aufgabe: Taylor-Reihen, Integralrechnung und Simpson-Regel** ( / ca. Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = e^x \cdot \sin(2x), \quad -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

- (a) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom  $T_3(x)$  um  $x_0 = 0$  (MacLaurin-Reihe) von  $f(x)$  bis zur Potenz  $x^3.$

Hinweis: Versuchen Sie das Polynom aus gegebenen Reihen zu berechnen.

( /ca. 5)

- (b) Berechnen Sie das Integral  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$  direkt (6 Nachkommastellen).

- (c) Berechnen Sie das Integral  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} T_3(x)dx$  (6 Nachkommastellen).

( /ca. 2)

(d) Berechnen Sie das Integral  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$  näherungsweise mit Hilfe der Simpson-Regel ( $h = \frac{\pi}{8}$ ) (6 Nachkommastellen).

( /ca. 2)