HOCHSCHULE MÜNCHEN FAKULTÄT 03 FA WS 0910

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Formelsammlung, Skripten, Bücher,Taschenrechner ohne Grafikdisplay
Aufgabensteller:	Kloster,Pöschl,Vielemeyer,Warendorf

WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen**!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein!

Name: Vorname: Matrikelnummer:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: / ca. 60 Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

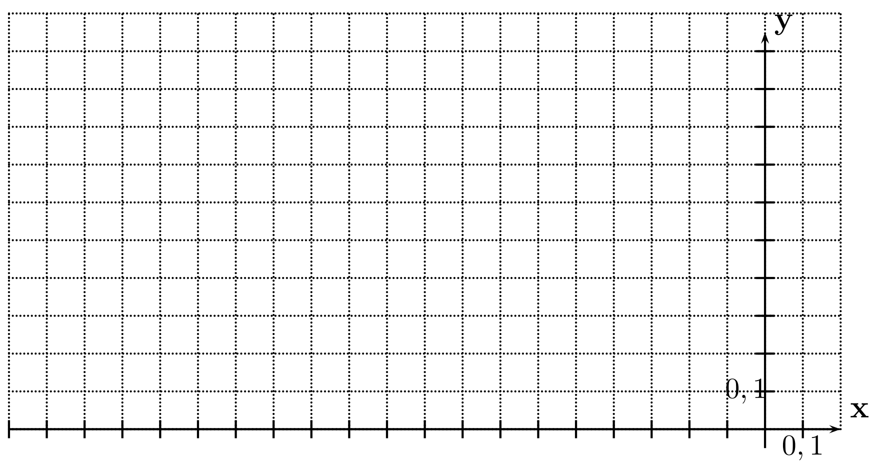
1. **Aufgabe: Ebene Kurven** **(/ ca. 12 Punkte)**
Gegeben ist die ebene Kurve mit der Parameterdarstellung

$$\mathcal{C} : x(t) = 5 \cdot t \cdot \ln(t), \quad y(t) = t^2 \quad 0 < t \leq 1$$

(a) Füllen Sie die Wertetabelle (2 Nachkommastellen) aus und skizzieren Sie die Kurve ($0,1$ entspricht 1cm). Für $t = 0$ müssen Sie den Grenzwert (mit l'Hospital) berechnen.

(/ca. 3)

t	$x(t)$	$y(t)$
0	Grenzwert:	
$0,1$		
$0,2$		
$0,4$		
$0,6$		
$0,8$		
$1,0$		



Fortsetzung Aufgabe: Ebene Kurven

(b) Bestimmen Sie die Werte $t_0, x(t_0), y(t_0)$, wo die Kurve eine senkrechte Tangente hat.

(/ca. 3)

(c) Berechnen Sie die Krümmung an dieser Stelle t_0 (gleiche Stelle wie bei Aufgabenteil (b)). Falls Sie t_0 nicht bestimmen konnten, berechnen Sie die Krümmung am Ersatzwert $t_E = e^{-1}$.

(/ca. 3)

(d) Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve von $t_A = 0,5$ bis $t_B = 1$ mit dem Simpsonverfahren ($h = 0,5$, also 2 Intervalle).
Bemerkung: Das Simpsonverfahren für 2 Intervalle ist identisch mit der Keplerschen Fassregel.

(/ca. 3)

2. **Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** **(/ ca. 9 Punkte)**
   Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen
   $$z = f(x, y) = x^2 - 2y^2 + x^2y - 8y.$$
   (a) Berechnen Sie alle ersten und zweiten Ableitungen der Funktion

   (/ca. 1)

   (b) Bestimmen Sie falls vorhanden die Extremwerte und Sattelpunkte. Geben Sie dabei jeweils die Lage und bei den Extremwerten auch den Typ an.

   (/ca. 5)

(c) Berechnen Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $P = (1; 3; z_P)$.

(/ca. 3)

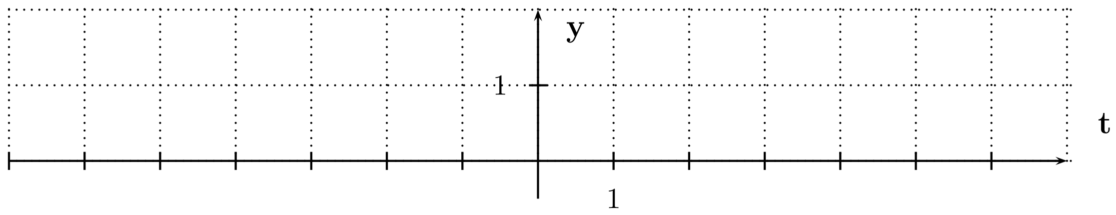
3. **Aufgabe: Fourierreihen** **(/ ca. 10 Punkte)**

Gegeben ist die folgende periodische Funktion mit der Periode $T = 4$

$$f(t) = 1 - \left(\frac{t}{2}\right)^2 \quad \text{für } -2 \leq t \leq 2, \quad \text{periodisch sonst.}$$

(a) Skizzieren Sie die Funktion im Intervall $[-6, 6[$.

(/ca. 2)



(b) Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten (a_0, a_n, b_n).

(/ca. 5)

(c) Geben Sie das Fourier-Polynom bis zum 4. Glied an: $F_4(t)$.

(/ca. 3)

4. **Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung** **(/ ca. 11 Punkte)**
Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' = \frac{y}{x} \cdot \left(\ln(\frac{x}{y}) + 1 \right) \quad \text{mit } x > 0, y > 0.$$

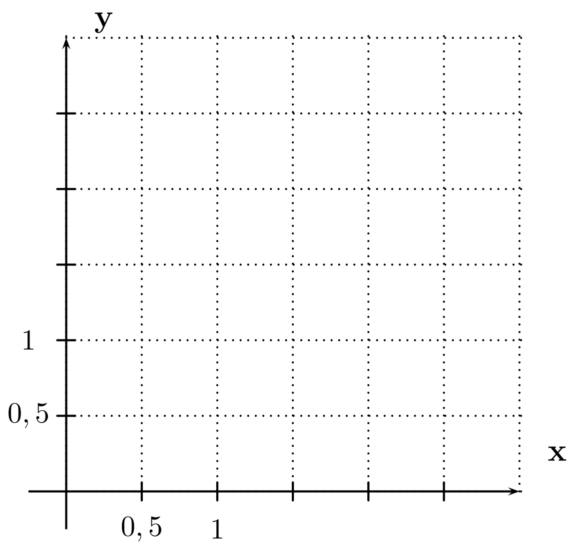
(a) Berechnen Sie die Werte (2 Nachkommastellen) für y' in Abhängigkeit von x und y und tragen Sie diese in die Tabelle ein.

(/ca. 2)

x \ y	$0,5$	$1,0$	$1,5$	$2,0$	$2,5$
$0,5$					
$1,0$					
$1,5$					
$2,0$					

(b) Zeichnen Sie das Richtungsfeld für $0 < x \leq 2$ und $0 < y \leq 2,5$.

(/ca. 2)



Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

(c) Lösen Sie die Differentialgleichung mittels Substitution und geben Sie die allgemeine Lösung an.

(/ca. 5)

(d) Bestimmen Sie die spezielle Lösung y_s für die Anfangsbedingung: $x_0 = 1, y_0 = y(x_0) = 1$.

(/ca. 1)

(e) Zeichnen Sie die spezielle Lösung y_s für die Anfangsbedingung: $x_0 = 1, y_0 = y(x_0) = 1$ in das Diagramm aus b) ein.

(/ca. 1)

5. **Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (/ ca. 11 Punkte)**
Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' - 2y' - 3y = s(x)$$

(a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

(/ca. 2,5)

(b) Berechnen Sie die partikuläre Lösung für $s(x) = 2\cosh(x) = \mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}$.

(/ca. 5)

(c) Geben Sie die Gesamtlösung (allgemeine Lösung) der inhomogenen Differentialgleichung an.

(/ca. 1)

(d) Berechnen Sie die spezielle Lösung für die Anfangswerte:

$$x_0 = 0, y(x_0) = 0, y'(x_0) = 4$$

.

(/ca. 2,5)

6. **Aufgabe: Statistisches Verfahren (/ ca. 7 Punkte)**

Zwei Maschinen sind so eingestellt, dass Konservendosen mit 500g Gemüse gefüllt werden. Die tatsächliche Masse der Füllung weicht zufällig vom Sollwert 500g ab.

(a) Bei **Maschine A** kann man die Masse X als normalverteilte Zufallsgröße mit dem Mittelwert 505g und der Standardabweichung 30g auffassen.

i. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei **Maschine A** weniger als 490g in einer Dose enthalten sind.

(/ca. 1)

ii. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei **Maschine A** mehr als 515g in einer Dose enthalten sind.

(/ca. 1)

(b) Bei **Maschine B** wurden zufällig 50 Dosen ausgewählt und gewogen. Es ergibt sich die folgende Aufstellung.

(/ca. 5)

Untere Klassen-grenze in g	Obere Klassen-grenze in g	Anzahl	
470	480	2	
480	490	15	
490	500	10	
500	510	7	
510	520	3	
520	530	8	
530	540	5	

Stellt die Füllmasse bei **Maschine B** eine normalverteilte Zufallgröße dar? Benutzen Sie das Wahrscheinlichkeitspapier und begründe Sie Ihre Aussage.