

## DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK II - ANALYSIS - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner

Aufgabensteller: Kloster, Pöschl, Radtke, Schlüchtermann, Warendorf

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!  
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein!**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte: / ca. 50
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Matrikelnummer:		
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. Aufgabe: Ebene Kurven

( / ca. 10 Punkte)

Eine Kurve in Parameterdarstellung ist durch

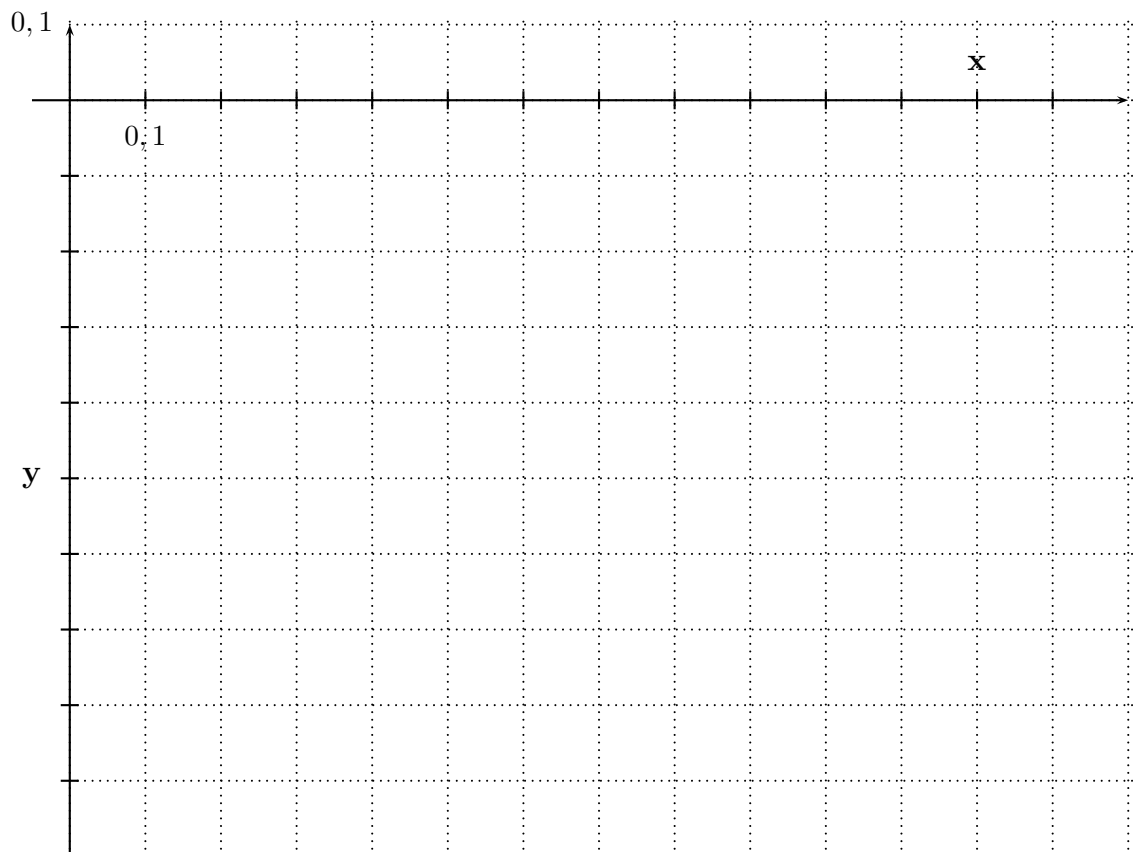
$$\mathcal{C} : x(t) = 5 \cdot t - 5 \cdot t^2, \quad y(t) = 4 \cdot t^4 - 4 \cdot t^2, \quad 0 \leq t \leq 1$$

gegeben.

- (a) Füllen Sie die Wertetabelle für die  $y$ -Werte (2 Nachkommastellen) aus und skizzieren Sie die Kurve (0,1 entspricht 1cm).

( /ca. 4)

$t$	$x(t)$	$y(t)$
0	0,00	
0,1	0,45	
0,2	0,80	
0,3	1,05	
0,4	1,20	
0,5	1,25	
0,6	1,20	
0,7	1,05	
0,8	0,80	
0,9	0,45	
1,0	0,00	



*Fortsetzung Aufgabe: Ebene Kurven*

(b) Bestimmen Sie die Werte

- i.  $t_h, x(t_h), y(t_h)$ , wo die Kurve eine horizontale Tangente hat.
- ii.  $t_v, x(t_v), y(t_v)$ , wo die Kurve eine vertikale Tangente hat.

( /ca. 3 )

(c) Welche Krümmung hat die Kurve bei  $t = 0,5$  ?

( /ca. 3 )

2. **Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** ( / ca. 8 Punkte)

Gegeben ist die Funktion von 2 Variablen

$$z = f(x, y) = x^2 - 3y^2 + 2x + 3y + 7.$$

- (a) Bestimmen Sie, falls vorhanden, Extremwerte und Sattelpunkte, deren Lage und den Funktionswert, sowie bei den Extremwerten deren Typ.

( /ca. 4 )

*Fortsetzung Aufgabe: Funktion von 2 Variablen*

- (b) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der in der  $xy$ -Ebene vom Quadrat  $B : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$  und oben von der Fläche  $z = f(x, y)$  begrenzt wird.

( /ca. 4 )

3. Aufgabe: Reihenentwicklung und Simpson-Verfahren ( / ca. 9 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 6 \cdot \cos(x) \cdot \cosh(x) + 4$$

- (a) Berechnen Sie das Polynom  $T_4(x)$  der Mc-Laurin-Reihe (Taylorreihe an der Stelle  $x = 0$ ).

Hinweis: Versuchen Sie das Polynom aus gegebenen Reihen zu berechnen.

( /ca. 4)

*Fortsetzung Aufgabe: Simpson-Verfahren und Reihenentwicklung*

(b) Berechnen Sie das Integral  $\int_0^2 T_4(x) dx$

( /ca. 1,5)

(c) Berechnen Sie das Integral  $\int_0^2 f(x) dx$  mit dem Simpson-Verfahren mit der Schrittweite  $h = 0,5$ .

( /ca. 3,5)

4. **Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung** ( / ca. 9 Punkte)  
Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' = (4 - x - y)^2$$

- (a) Welche Form haben die Isoklinen (mit Begründung)?

( /ca. 1 )

- (b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung  $y(x)$ .

( /ca. 4 )



*Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung*

- (c) Bestimmen Sie die spezielle Lösung mit der Anfangsbedingung  $y(\pi) = 4 - \pi$ .  
Evtl. AB ändern

( /ca. 2 )

5. Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten  
( / ca. 8 Punkte)

Ein (schnell) schmelzender Eisklotz der Anfangsmasse  $m$  hängt an einer Feder, außerdem gibt es noch eine geschwindigkeitsabhängige Reibung. Bei geeigneter Wahl der Größen kann sich dabei folgende Differentialgleichung für das schwingende System ergeben:

$$\ddot{s} + 2\dot{s} + 5s = 10 - 5t$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine homogene Lösung  $s_h = s_h(t)$  der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

( /ca. 2,5 )

- (b) Berechnen Sie die Gesamtlösung (allgemeine Lösung)  $s = s(t)$  der inhomogenen Differentialgleichung.

( /ca. 3 )

*Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 2. Ordnung*

(c) Berechnen Sie die spezielle Lösung für die Anfangswerte:

$$t_0 = 0, s(t_0) = 1, \dot{s}(t_0) = 0$$

( /ca. 2,5)

6. Aufgabe: Komplexe Zahlen ( / ca. 6 Punkte)

Gegeben sind die zwei komplexen Zahlen:

$$z_1 = 8j \quad \text{und} \quad z_2 = 1 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}.$$

Rechnen Sie jeweils mit 4 Nachkommastellen.

(a) Berechnen Sie

$$z_3 = \frac{z_1}{z_2}.$$

Geben Sie die Lösung in arithmetischer Form und in Exponentialform an.

( /ca. 2)

(b) Berechnen Sie

$$z_4 = \sqrt[3]{z_3}.$$

Geben Sie die Lösungen in arithmetischer Form und in Exponentialform an.

( /ca. 2)

*Fortsetzung Aufgabe: Komplexe Zahlen*

(c) Zeichnen Sie  $z_3$  und  $z_4$  (alle Lösungen) in die gegebene Gauß'sche Zahlenebene.

( /ca. 2)

