FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN   FB 03 FA   WS 1996/97

VORPRÜFUNG IN MATHEMATIK

Aufgabensteller: König, Plöchinger, Schwägerl, Vinzenz

Arbeitszeit: 90 Minuten. Alle Hilfsmittel außer Rechnern sind zugelassen. Es sollen alle sieben Aufgaben bearbeitet werden.

Name: ____________________ Geb.-Datum: ____________

Vorname: ____________________ Aufsicht: ____________

Unterschrift: ____________________

Stud.-Gr.: FA ________ (**genaue** Angabe!!!) Saal: ________ Platz: ________

1.	2.
P:	
Note:	

1. $x = t^2 + at$, $y = 2t^2$ $(t \in \mathbb{R})$ ist die Parameterdarstellung einer Kurve $\mathcal{P}$.

   a) Drücken Sie die Steigung $\frac{dy}{dx}$ von $\mathcal{P}$ durch t aus.

   b) Für t = 2 ergibt sich auf $\mathcal{P}$ ein Punkt Q; q sei die Parallele zur y-Achse durch Q. Berechnen Sie den Flächeninhalt A des von $\mathcal{P}$, der x-Achse und q eingeschlossenen Bereichs der (x,y)-Ebene.

   c) Ermitteln Sie durch Elimination des Parameters t für $\mathcal{P}$ eine implizite Gleichung $f(x,y) = 0$.

1. $r = g(\varphi) = \frac{1}{\ln \varphi}$ ist die Gleichung einer Kurve $\mathcal{L}$; $\mathbb{D}_g =]\,1\,,\infty\,[$.

   a) Berechnen Sie den Winkel φ^* der Asymptote von $\mathcal{L}$ gegen die Polarachse (x-Achse) und ihren Abstand p vom Pol O .

   b) Skizzieren Sie $\mathcal{L}$.

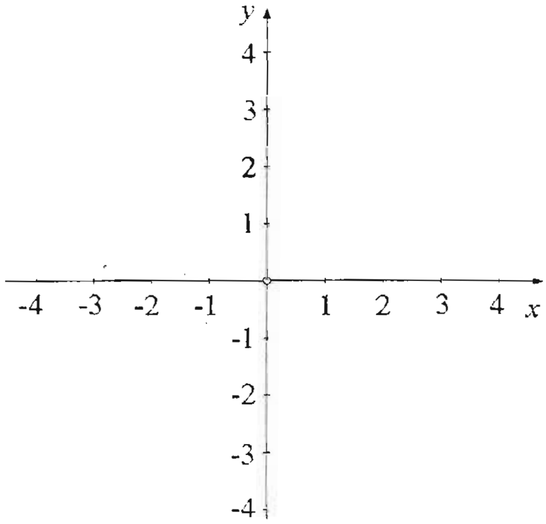
3. a) Eine periodische Funktion g mit der Periodenlänge 2π ist gegeben durch $y = g(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < x < \pi \\ x & \text{für } \pi < x < 2\pi \end{cases}$.
Ermitteln Sie die FOURIER-Koefizienten a_0 , a_n , b_n .

b) $y = h(t)$ sei die Gleichung einer periodischen Funktion mit der Periodenlänge T. Die Berechnung der FOURIER-Koeffizienten habe ergeben: $a_0 = 3$; $a_n = 0$ und $b_n = \frac{1}{n}$ für ungerade n ; $a_n = \frac{3}{n}$ und $b_n = \frac{2}{n}$ für gerade n.
Schreiben Sie die FOURIER-Reihe bis einschließlich der Glieder mit $n = 4$ an.

---

4. $z = f(x,y) = x^3 - x^2 - y^2$ ist die Gleichung einer Fläche $[F]$.
a) Ermitteln Sie den Sattelpunkt $S(x_S , y_S)$ von $[F]$ mit Tangentialebene parallel zur (x, y)-Ebene.
b) Welche Gleichung hat die Tangentialebene τ von $[F]$ im Punkt $Q\,(2,1,3)$?

5. Gegeben ist die Differentialgleichung
$y' = 1 - (y - x)^2$.
   a) Skizzieren Sie für $-4 \leq x \leq 4$, $-4 \leq y \leq 4$ das Richtungsfeld der Differentialgleichung aus den Linienelementsteigungen $y' = 1, 0, -3$. Tragen Sie die durch die Punkte $(-1, -2)$ und $(1, 2)$ gehende Lösungskurve ein.
   b) Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung?



6. $y = x + \dfrac{1}{x-1}$ ist die Gleichung einer Kurve $\mathcal{D}$. Welche Asymptoten a_1 , a_2 hat $\mathcal{D}$?

7. Mathematisches Praktikum:

Gegeben ist die Differentialgleichung $y' = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \sin(y^2)$.

Wie groß kann bei Ermittlung ihrer besonderen Lösung für die Bedingung $y = 0.1$ bei $x = 0$ mittels des RUNGE-KUTTA-Verfahrens die Schrittweite h höchstens gewählt werden ?