

Arbeitszeit: 90 Minuten. Alle Hilfsmittel außer Rechnern sind zugelassen. Es sollen alle sieben Aufgaben bearbeitet werden.

Name: _____	Geb.-Datum: _____	1. Korr.	2. Korr.
Vorname: _____	Aufsicht: _____	Punkte:	
Unterschrift: _____		Note:	
Stud.-Gr.: FA _____ (genaue Angabe!!!)	Saal: _____	Platz: _____	

1. Eine Kurve C ist gegeben durch $x = t^2 + 4t$, $y = t^3 - 3t$ mit $t \in \mathbb{R}$. Gesucht sind

a) die Punkte $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ von C mit Tangenten // x -Achse und $P_3(x_3, y_3)$ von C mit Tangente // y -Achse:

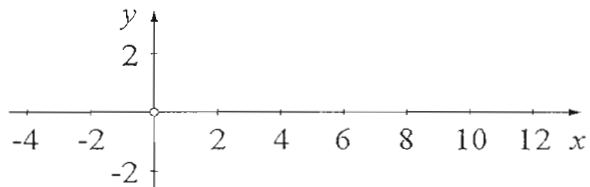
$\dot{x} =$ _____, $\dot{y} =$ _____ ;

$P_1($ _____, _____), $P_2($ _____, _____), $P_3($ _____, _____)

b) die Steigung $\frac{dy}{dx}$ im Punkt $P_4(x_4, y_4)$ mit dem Parameterwert $t = 2$:

$P_4($ _____, _____)

$\frac{dy}{dx} =$ _____



c) eine Skizze von C von $t = -2$ bis $t = 2$.

2. Ein in der vertikalen (x, z) -Ebene bei $x = -2$ und $x = 2$ aufgehängtes Seil bildet die Kurve \mathcal{S} mit der Gleichung

$z = 2 \cosh \frac{x}{2}$. Verwenden Sie $e \approx 2.72$, $\frac{1}{e} \approx 0.37$.

a) Wie groß ist sein Durchhang Δz (Höhendifferenz zwischen Aufhängepunkten und tiefstem Punkt)?

$\Delta z =$ _____

b) Welche Länge ℓ hat es?

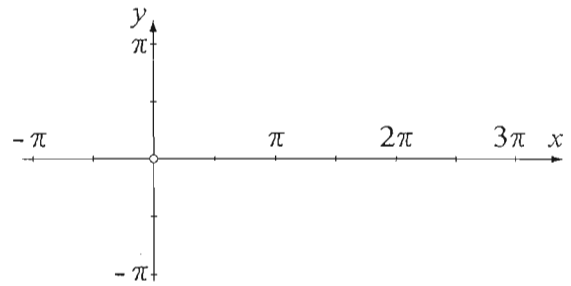
$\ell =$ _____

3. Eine mit der Periodenlänge 2π periodische Funktion f ist

$$\text{gegeben durch } y = f(x) = \begin{cases} -2x & \text{für } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie G_f von $x = -\pi$ bis $x = 3\pi$.

b) Wie groß sind die Koeffizienten a_0, a_1, b_1 der FOURIER-Reihe für $f(x)$?



$$a_0 =$$

$$a_1 =$$

$$b_1 =$$



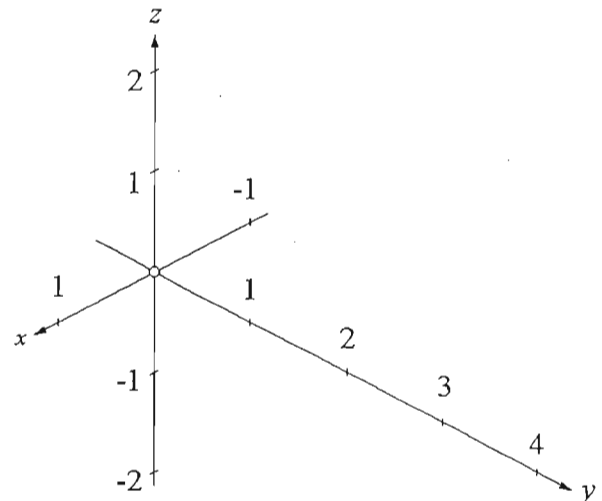
4. Durch $4x^2 + y + z^2 = 4$ ist eine Fläche $[F]$ im Raum gegeben.

a) Bestimmen Sie die Schnittkurven von $[F]$ mit den Koordinatenebenen. Geben Sie Kurvengleichungen und Kurvenarten samt Scheiteln und Achsenrichtungen an.

$$[F] \cap (x, y - \text{Ebene}):$$

$$[F] \cap (y, z - \text{Ebene}):$$

$$[F] \cap (x, z - \text{Ebene}):$$



c) Zeichnen Sie für $y \geq 0$ eine räumliche Skizze von $[F]$ samt den Schnittkurven von a) im gegebenen Bild des Koordinatensystems.

5. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $(y' - 1) \cdot \cosh(y - x) = 1$.

Allgemeine Lösung: $y =$

6. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $yy'' - (y')^2 = 0$.

Allgemeine Lösung: $y =$

7. Gegeben sind die fünf Punkte $(-1, 2)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(3, 0)$. Hierfür soll die Gleichung $y = mx + b$ der Ausgleichsgeraden g ermittelt werden.

a) Schreiben Sie die Fehlerquadratsumme S als Funktionswert von m und b an.

$$S =$$

b) Wie lauten die Normalgleichungen? Berechnen Sie m und b und tragen Sie g in das gegebene Koordinatensystem ein

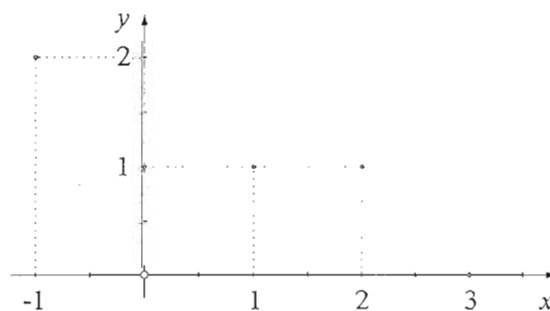
Normalgleichungen:

$$m =$$

$$b =$$

Gerade g :

$$y =$$



c) Welchen Wert hat S für die ermittelten Werte von m und b ?

$$S =$$