VORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, keine Taschenrechner
Aufgabensteller: Axt, Plöchinger, Schwägerl

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Durch $x = 9t - t^3$ und $y = t^2 + 1$ mit $-3 \leq t \leq 3$ ist eine symmetrische Kurve $\mathcal{C}$ in der (x, y)-Ebene in Parameterform gegeben. Ermitteln Sie

a) die Schnittpunkte $S_1(x, y)$ und $S_2(x, y)$ von $\mathcal{C}$ mit der y-Achse,

$S_1(\quad , \quad)$, $S_2(\quad , \quad)$

b) die Punkte $V_1(x, y)$ und $V_2(x, y)$ von $\mathcal{C}$ mit vertikaler Tangente,

$V_1(\quad , \quad)$, $V_2(\quad , \quad)$

c) den Krümmungsradius ρ von $\mathcal{C}$ im Kurvenpunkt $S(0, 1)$,

$\rho = \dfrac{1}{\kappa} =$

d) eine Skizze von $\mathcal{C}$. Hinweis: $6\sqrt{3} \approx 10,4$.

Aufgabe 2: Die ebene Kurve $\mathcal{C}$ ist in Polarform gegeben durch $r = \sqrt{3\pi\phi - 2\phi^2}$ im Winkelbereich $0 \leq \phi \leq \frac{3\pi}{2}$. Bestimmen Sie

a) die Schnittpunkte $S_1(x, y)$ und $S_2(x, y)$ von $\mathcal{C}$ mit der x-Achse,

$S_1(\quad , \quad) \ , \quad S_2(\quad , \quad)$

b) den Winkel ϕ_0 , bei dem der Radius r maximal ist,

$\phi_0 =$

c) eine Skizze von $\mathcal{C}$. Hinweis: $\frac{3\pi}{2\sqrt{2}} \approx 3,3$,

d) den Inhalt A der von $\mathcal{C}$ umschlossenen Fläche.

$A =$

Aufgabe 3: Sei $z = f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5$ die Gleichung einer Fläche $[F]$. Ermitteln Sie

a) den Extrempunkt $E(x_E, y_E, z_E)$ von $[F]$,

$f_x \ =$

$f_y \ =$

$E(\quad , \quad , \quad)$

b) die Gleichung der Tangentialebene τ von $[F]$ im Punkt $P(2, 3, 2)$,

$\tau \ : \ z =$

c) die Skizzen der Höhenlinien von $[F]$ zu den Höhen $z = 0$ und $z = 4$.

$z = 0$:

$z = 4$:

Aufgabe 4: Gegeben sei die DGL $y' = \dfrac{xy}{x+1}$. Ermitteln Sie

a) die allgemeine Lösung der DGL,

$y =$

b) die Gleichung der Lösungskurve $\mathcal{L}$ der DGL durch den Punkt $P(0,1)$,

$\mathcal{L} \ : \ y =$

c) eine Skizze von $\mathcal{L}$,

d) eine Skizze der Kurve $\mathcal{I}$, die implizit gegeben ist durch $\dfrac{xy}{x+1} = 1$.

$\mathcal{I} \ : \ y =$

e) $\mathcal{L}$ schneide $\mathcal{I}$ in einem Punkt S . Welche Steigung K hat $\mathcal{L}$ in S ?

$K =$

Aufgabe 5: Sei $\mathcal{C}$ die Kurve von Aufgabe 1. Ermitteln Sie

a) eine Integralformel $s = \int_{\alpha}^{\beta} f(t)\,dt$ für die Bogenlänge s von $\mathcal{C}$.

$\alpha =$, $\beta =$, $f(t) =$

b) mit der SIMPSON-Formel zur Schrittweite $h = \Delta t = 1$ eine Näherung S der Bogenlänge s bei den Werten

t	0	± 1	± 2	± 3
$f(t)$	9	$2\sqrt{10}$	5	$6\sqrt{10}$

.

$S =$