FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN FACHBEREICH 03 FA WS 99/00

DIPLOMVORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Graphikdisplay
Aufgabensteller: Axt, Eich, Kloster, Plöchinger, Radtke, Schwägerl

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen** !!

Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Die Fläche $[F]$ habe die Gleichung $z = f(x,y) = \dfrac{x^2}{2} + x \cdot y^2 - x$.

a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen f_x , f_y , f_{xx} , f_{yy} und f_{xy} von $z = f(x,y)$.

b) Ermitteln Sie die extremalen Punkte $E(x,y,z)$ und Sattelpunkte $S(x,y,z)$ von $[F]$.
Hinweis: S ist ein Sattelpunkt, wenn in S gilt $f_x = f_y = 0$ und $f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2 < 0$.

c) Sei τ die Tangentialebene, die $[F]$ in einem Punkt $A(x_0, y_0, z_0)$ berührt. Wählen Sie den Punkt A auf $[F]$ so, daß τ *parallel* zur Ebene $\epsilon \ : \ z = 13 - x + 2y$ ist. Hinweis: die Ebenen τ und ϵ sind *parallel*, wenn sie in x- und y-Richtung die selben Steigungen haben.

$A(\quad , \quad , \quad)$

Aufgabe 2: Bei der Härteprüfung wird eine gehärtete Stahlkugel vom Radius R mit vorgegebener Kraft K in die ebene Oberfläche des Testmaterials gedrückt. Die *Brinell-Härte* des Materials ist dann definiert durch $H = \dfrac{K}{2\pi R \cdot \left(R - \sqrt{R^2 - r^2}\right)}$, wobei r der Radius der eingedrückten Kugelkappe ist.

a) Ermitteln Sie die Konstante p so, daß gilt $H = p \cdot \dfrac{1 + \sqrt{1 - x^2}}{2x^2}$ mit $x = \frac{r}{R}$.

$H =$

b) Zeigen Sie: bei $x = \frac{r}{R} \approx 0$ hat man die Näherung $H \approx p \cdot \left[\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{4}\right]$. Hinweis: verwenden Sie die Formel für H in a) und machen Sie eine geeignete Taylor-Entwicklung.

Aufgabe 3: Ermitteln Sie von der 2π-periodischen Funktion $y = f(x) = \sin x \cdot (1 + \cos x)$

a) die Fourier-Koeffizienten a_n für $n = 0, 1, 2, 3, \cdots$ und b_1 ,

b) die Nullstellen und Extrema im Intervall $[0, \pi]$.

$y = 0$:

$y' =$

c) Skizzieren Sie den Graphen von $y = f(x)$ für $x \in [0, \pi]$.

Aufgabe 4: Die Kurve $\mathcal{C}$ in der (x, y)-Ebene ist gegeben durch die Gleichung $y = f(x) = \left(1 - x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$ mit $0 \leq x \leq 1$.

a) Zeigen Sie, daß $\mathcal{C}$ das Bogenelement $ds = \dfrac{dx}{x^{1/3}}$ hat.

$y' =$

$ds =$

Ermitteln Sie b) die Länge L von $\mathcal{C}$,

$L =$

c) den Inhalt A_y der Mantelfläche, die bei der Rotation von $\mathcal{C}$ um die y-Achse entsteht,

$A_y =$

d) eine Skizze von $\mathcal{C}$.

b.w.

Aufgabe 5: Ermitteln Sie die Lösung $y = \varphi(x)$ der DGL $y'' = \dfrac{1 + (y')^2}{y}$ mit $y = 1$ und $y' = 0$ an der Stelle $x = 0$.