FACHHOCHSCHULE MÜNCHEN FACHBEREICH 03 FA SS 2005

VORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK

Arbeitszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Formelsammlung, Skripten, Bücher, nichtprogrammierbare Taschenrechner
Aufgabensteller:	Kloster, Pöschl, Schlamp, Selting, Warendorf

Name: Vorname: Matrikelnummer:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: (ca. 6 Punkte)

Falls möglich berechne man die Inversen von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Wie lautet die Lösung $X \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ des linearen Matrix–Gleichungssystems $A\,X = B$.

Aufgabe 2: **(ca. 7 Punkte)**
Für welche Werte des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrl} 2\,x_1 - & x_2 + & x_3 = & 6 \\ x_1 - & \alpha\,x_2 - & 2\,x_3 = & \alpha \\ -3\,x_1 + & 2\,x_2 + & \alpha\,x_3 = & -7 \end{array}$$

(a) keine Lösung?

(b) unendlich viele Lösungen?

(c) genau eine Lösung?

(d) Man berechne die Lösungen in den Fällen (b) und (c). Setzen Sie bei der Lösung von (c) den Parameter $\alpha = 3$.

Fortsetzung Aufgabe 2

Aufgabe 3: **(ca. 5 Punkte)**

Gegeben sind die drei Vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{y} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{z} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(a) Für welche Werte von α sind die drei Vektoren linear unabhängig?

(b) Für welche Werte von α sind die drei Vektoren linear abhängig?

Wie läßt sich in diesem Fall der Vektor $\vec{z} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ durch die beiden anderen Vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ darstellen ?

Aufgabe 4: **(ca. 5 Punkte)**

Berechnen Sie für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ alle Eigenwerte und Eigenvektoren

Aufgabe 5: **(ca. 17 Punkte)**
Gegeben ist die Gleichung eines Kegelschnitts im Koordinatensystem x_1, x_2 .

$$\vec{x}^T A \vec{x} + \vec{b}^T \vec{x} + c = 0 \tag{1}$$

mit $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $\quad \vec{b} = -\sqrt{2} \begin{pmatrix} 20 \\ 16 \end{pmatrix}$, $\quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $\quad c = 31$

Geben Sie die Gleichung der Standardform des Kegelschnitts an und zeichnen Sie den Kegelschnitt im Ausgangskoordinatensystem x_1, x_2.
(Hinweis: die einzelnen Konstruktionsschritte der Zeichnung (=Hilfskoordinatensysteme) sollen erkennbar sein!)

Fortsetzung Aufgabe 5