

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten,
 Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
 Aufgabensteller: Kalsidou-Kloster, Pöschl, Warendorf

**!! WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!
 Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!**

Name: _____ **Geb. – Datum** _____ **Punkte:** (/ 42)

Vorname: _____ **Stud.- Gruppe** _____ **Korr:** _____

Raum/Platz-Nr: _____ **Aufsicht:** _____ **Note:** _____

Aufgabe 1: (Eigenwerte, Eigenvektoren von Matrizen max = 8 Punkte)
 (/ 10)

a) Für die Matrix (/ 3)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

zeige man, dass $\lambda_1 = 2$ ein Eigenwert ist und ermittle die Eigenwerte λ_2 und λ_3 .

b) Berechnen Sie die Eigenvektoren zu den 3 Eigenwerten. (/ 6)

c) Berechnen Sie auf möglichst einfache Weise
nachstehende Summe zweier Determinanten

(/ 1)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} .$$

Aufgabe 2 : (Lineares Gleichungssystem, max = 6 Punkte)

Ermitteln Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems:

(/6)

$$\begin{array}{rcccccccl} x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = & 1 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & & & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 4 \end{array}$$

Aufgabe 3 : (Lineares Gleichungssystem mit Parameter max = 8 Punkte)

Für welche Werte des reellen Parameters α besitzt das lineare Gleichungssystem

(/ 8)

$$x_1 \quad \quad \quad + \quad \quad x_3 \quad = \quad 1$$

$$2x_1 \quad + \quad 3x_2 \quad \quad + \quad \quad x_3 \quad = \quad \alpha$$

$$x_1 \quad + \quad 2x_2 \quad \quad + \quad (1-\alpha)x_3 \quad = \quad 1$$

- a) keine Lösung ?
- b) unendlich viele Lösungen?
- c) genau eine Lösung?
- d) Man berechne die Lösung im Fall c) für $\alpha = 1$.

Aufgabe 4: (Berechnung der inversen Matrix max = 6 Punkte)

Gesucht ist die inverse Matrix D^{-1} der gegebenen Matrix D :
Das Ergebnis allein genügt nicht. Es müssen auch
Zwischenschritte der Rechnung dargestellt werden

$$D = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad (\quad / 6)$$

Aufgabe 5: (Hauptachsentransformation max = 12 Punkte)

Gegeben ist die folgende Kurve 2. Ordnung :

$$64x_1^2 + 96x_1x_2 + 36x_2^2 + 30x_1 - 40x_2 = 0 .$$

- a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Hauptachsentransformation die Kurvengleichung in Normalform (Standardlage) sowie den Typ (Ellipse, Hyperbel oder Parabel). (Hinweis: Die Kurve ist nur gedreht **nicht** verschoben.)

(/8)

Rechenseite für Aufgabe 5

- b) Skizzieren Sie die Lage des transformierten Achsensystems im x_1, x_2 System und zeichnen Sie den Graphen der Kurve.

(/4)

