Fachhochschule München **Fakultät 03 FA** **SS 2010**

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten,
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller: Kaltsidou-Kloster, Pöschl ,Radtke, Selting, Warendorf
!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!**
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!

Name: **Geb. – Datum** **Punkte: (/ 45)**

Vorname: **Stud.- Gruppe** **Korr:**

Raum/Platz-Nr: **Aufsicht:** **Note:**

Aufgabe 1: (Eigenwerte, Eigenvektoren von Matrizen max = 9 Punkte)

a) Für die Matrix (/ 3)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

zeige man, dass $\lambda_1 = 3$ ein Eigenwert ist und ermittle die Eigenwerte λ_2 und λ_3 .

b) Berechnen Sie die Eigenvektoren zu den   Eigenwerten.   (/   6)

Aufgabe 2 : (Lineares Gleichungssystem, max = 8 Punkte)

a) Für welche(n) Wert(e) von α ist das lineare Gleichungssystem (/ 4)

$$\begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & = & 2 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & \alpha \\ 3x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 2 \end{array}$$

lösbar ?

b) Bestimmen Sie die Lösung(en) in diesem Falle! (/ 4)

Aufgabe 3: (Berechnung der inversen Matrix max = 8 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen A und B

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & -2 \\ -5 & -3 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Prüfen Sie für beide Matrizen nach, ob sie eine Inverse besitzen. (, 3)

b) Wie lautet sie ? (, 5)

Aufgabe 4: Koordinatentransformation (/ 8)

Im Koordinatensystem (x_1, x_2, x_3) ist der Vektor $a = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \\ 40 \end{bmatrix}$ gegeben.

Durch Drehung von (x_1, x_2, x_3) um die Achse x_2 um den Winkel
ß = 36,87 Grad entsteht das Koordinatensystem (y_1, y_2, y_3),
in welchem ein weiterer Vektor $b^* = \begin{bmatrix} 10 \\ 50 \\ -20 \end{bmatrix}$ gegeben ist.

b ist die Darstellung von b^* im Koordinatensystem (x_1, x_2, x_3),
a^* ist die Darstellung von a im Koordinatensystem (y_1, y_2, y_3).

Berechnen Sie Vektoren b und a^* und die Skalarprodukte (a,b) und (a^*, b^*) .

Aufgabe 5: (Hauptachsentransformation max = 12 Punkte)

Gegeben ist die folgende Kurve 2. Ordnung :

$$4x_1^{\,2} + 4x_1x_2 + x_2^{\,2} + \frac{\sqrt{5}}{2}x_1 - \sqrt{5}\,x_2 = 0\,.$$

a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Hauptachsentransformation Art und Lage des Kegelschnittes. Zeichnen Sie (Teil b) die Kurve im gegebenen Ausgangskoordinatensystem.
(Hinweis: Die Kurve ist nur gedreht **nicht** verschoben.)

(/8)

b) Zeichnen Sie die Lage des transformierten Achsensystems im x_1,x_2 System und zeichnen Sie den Graphen der Kurve.

(/4)