Hochschule München **Fakultät 03 FA** **SS 2011**

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten,
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller: Kaltsidou-Kloster, Pöschl , v. Tapavicza, Warendorf
!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!**
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!

Name: **Geb. – Datum** **Punkte: ca(/ 53)**

Vorname: **Stud.- Gruppe** **Korr:**

Raum/Platz-Nr: Aufsicht: Note:

Deckblatt

Aufgabe 1: (Matrizenrechnung) **ca** (/ 8)

Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},\ D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Welche der folgenden Operationen sind möglich? Geben Sie bei den möglichen Matrixprodukten auch den Typ (Anzahl Zeilen, Spalten) der Ergebnismatrix an. Berechnen Sie die Ergebnismatrix **NICHT!** **(/ 4)**

	Ist möglich	Ist nicht möglich
A^{-1}		
$\det(A)$		
$A \cdot B$	Typ:	
$A \cdot D$	Typ:	
$A \cdot C$	Typ:	
$C \cdot D$	Typ:	
$D \cdot C$	Typ:	
$C \cdot D^T$	Typ:	

Hinweis: Für jede richtige Lösung (Ankreuzen bzw. Typangabe) gibt es ½ Punkt, für jede falsche ½ Punkt Abzug, kein Negativsaldo.

b) Berechnen Sie, falls möglich, die inverse Matrix von B: B^{-1}. **(/ 4)**

Fortsetzung Aufgabe Matrizenrechnung, Rechenseite

Aufgabe 2: Lineares Gleichungssystem mit Parameter **ca** (/ 12)

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem mit dem Parameter a:

$$
\begin{aligned}
x1 &+ x2 + x3 = 1 \\
2x1 &+ ax2 + x3 = 2 \\
x1 &+ x2 + ax3 = 4
\end{aligned}
$$

Für welche Werte des reellen Parameters a besitzt das lineare Gleichungssystem

a) keine Lösung ?
b) unendlich viele Lösungen ?
c) genau eine Lösung ?
d) Man berechne die Lösungen für a=3.

Fortsetzung Aufgabe Gleichungssystem mit Parameter, Rechenseite

Aufgabe 3: (Lineare Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit von Vektoren)

Im dreidimensionalen Raum R^3 sind die Vektoren **ca. (/ 8)**

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad , \quad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} , \quad a_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ t \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \ a_4 = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix} \quad ,$$

mit einem Parameter t gegeben.

a) Für welche Werte des Parameters t in a_3 sind die Vektoren (/ 3)

a_1 , a_2 , a_3 , linear **ab**hängig ?

Fortsetzung Aufgabe Lineare Abhängigkeit .....

b) Für den Parameterwert t = 0 berechne man a_4 als lineare Kombination der anderen 3 Vektoren, d.h. man bestimme die Parameter λ_1, λ_2 und λ_3 in der Darstellung (/ 5)

$$a_4 = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3$$

Aufgabe 4: (Hauptachsentransformation) **ca (/ 12)**

Gegeben ist die folgende Kurve 2. Ordnung :

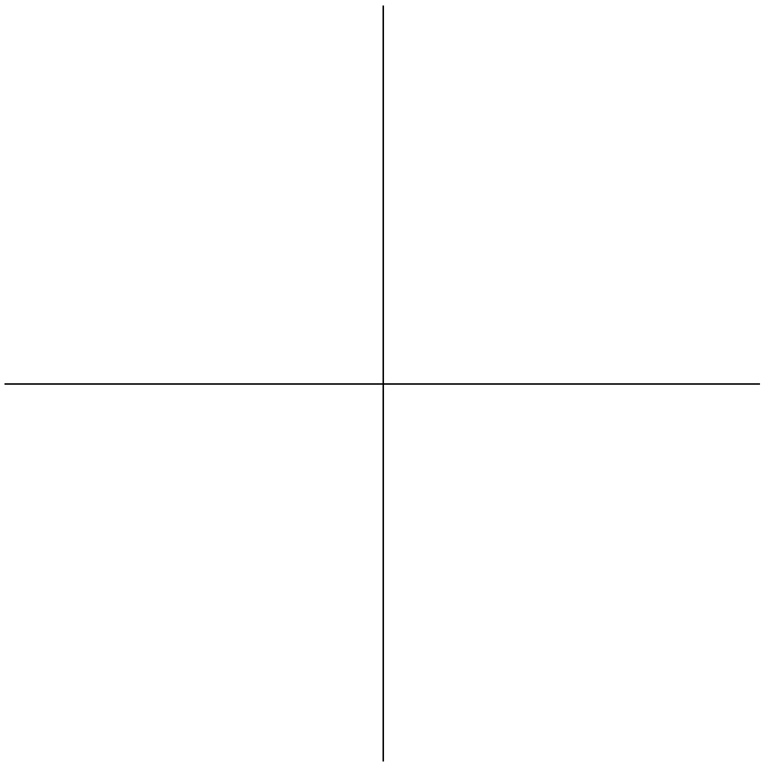
$$\mathbf{5x_1^2 - 3x_1x_2 + 5x_2^2 - 66 = 0}$$

a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Hauptachsentransformation Art und Lage des Kegelschnittes. Zeichnen Sie (Teil b) die Kurve im gegebenen Ausgangskoordinatensystem.
(Hinweis: Die Kurve ist nur gedreht, **nicht** verschoben.)

(/ 8)

Fortsetzung Aufgabe Hauptachsentransformation

b) Zeichnen Sie die Lage des transformierten Achsensystems im x_1,x_2 System und zeichnen Sie den Graphen der Kurve (Maßstab 1 LE = 1 cm). (/ 4)



Aufgabe 5: (Eigenwerte, Eigenvektoren , Winkelberechung) ca (/ 13)

a) Für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (/ 3)

berechne man die Eigenwerte $\lambda_{1,}\lambda_2$ und λ_3.

Fortsetzung Aufgabe Eigenwerte …

b) Berechnen Sie die Eigenvektoren zu den Eigenwerten. (/ 6)

Fortsetzung Aufgabe Eigenwerte ….

c) Berechnen Sie die 3 spitzen Winkel zwischen den Eigenvektoren. (/ 3)

d) Wie muss die Matrix A beschaffen sein, dass die Winkel zwischen den Eigenvektoren alle 90 Grad betragen? (/ 1)

☐ A hat den Eigenwert 1

☐ A ist symmetrisch

☐ A ist orthogonal

☐ A hat nur reelle Eigenwerte

☐ A ist invertierbar

☐ A ist singulär