

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten
 Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Matrizenalgebra
 Aufgabensteller: Gröger, Kloster, Pöschl, Warendorf

**!! WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!
 Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!
 (Ausnahme: Aufgabe 1, wo die richtige Angabe genügt.)**

**AUFGABE 6 NUR FÜR ERSTSEMESTER,
 AUFGABE 7 NUR FÜR WIEDERHOLER**

Name: Geb. – Datum Punkte: (/ 50)

Vorname: Stud.- Gruppe **Korr:**

Raum/Platz-Nr: Aufsicht: **Note:**

**Aufgabe 1: (Matrizenrechnung) Es ist jeweils eine oder mehr als eine Aussage richtig!
 (Jedes richtige Produkt ergibt einen Punkt, jedes falsche einen Punktabzug,
 bei negativen Werten werden 0 Punkte eintragen)**

Gegeben sind folgende Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{ (Typ (3,3))}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} \text{ (Typ (3,2))} \text{ und } C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} \text{ (Typ (2,3)).}$$

Welche Produkte (Matrizen nicht transponieren)

- a) zweier Matrizen
- b) dreier Matrizen

sind möglich, wenn jede Matrix in jedem Produkt höchstens einmal vorkommen darf? Von welchem Typ sind die Ergebnisse? (Produkte nur angeben, nicht ausrechnen!!!)

(/7)

Aufgabe 2 : (Lineares Gleichungssystem)

Ermitteln Sie die Lösungen des linearen Gleichungssystems:

(/7)

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - x_2 & + x_3 & & = 0 \\ & - 2x_2 & + 3x_3 & + x_4 & = -1 \\ 2x_1 & & - 2x_3 & - 3x_4 & = -2 \\ -3x_1 & + 4x_2 & - x_3 & + 4x_4 & = 6 \end{array}$$

Aufgabe 3 : (Lineares Gleichungssystem mit Parameter)

Für welche Werte des reellen Parameters t besitzt das lineare Gleichungssystem

(/8)

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 12t$$

$$2x_1 + 12x_2 + 7x_3 = 12t + 7$$

$$1x_1 + 10x_2 + 6x_3 = 7t + 8$$

- a) keine Lösung?
- b) unendlich viele Lösungen?
- c) genau eine Lösung?
- d) Berechnen Sie die Lösungen (falls vorhanden) in den Fällen b) und c)

Aufgabe 4: (Berechnung der inversen Matrix)

Gesucht ist die inverse Matrix D^{-1} der gegebenen Matrix D :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (/6)$$

Aufgabe 5: (Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren einer Matrix)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte λ_1 , λ_2 und λ_3 von A . (/5)

b) Berechnen Sie alle Eigenvektoren der Matrix A zu den jeweiligen Eigenwerten.

(/6)

| |
|---|
| AUFGABE 6 NUR FÜR ERSTSEMESTER !!!!! |
|---|

Aufgabe 6: (Hauptachsentransformation)

Gegeben ist die folgende Kurve 2. Ordnung :

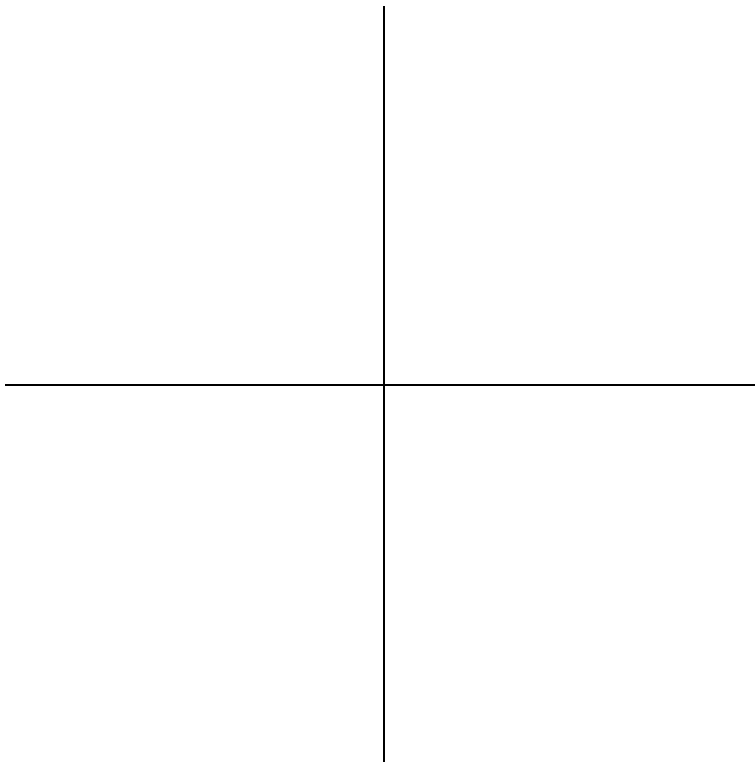
$$2x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2 - 6 = 0 .$$

- a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Hauptachsentransformation die Kurvengleichung in Normalform (Standardlage) sowie den Typ (Ellipse, Hyperbel oder Parabel). (Hinweis: Die Kurve ist nur gedreht **nicht** verschoben.)

(/8)

- b) Skizzieren Sie die Lage des transformierten Achsensystems im x_1, x_2 System und zeichnen Sie den Graphen der Kurve.

(/3)



AUFGABE 7 NUR FÜR WIEDERHOLER !!!!!**Aufgabe 7 : (Lineares Gleichungssystem mit Parameter)**

Für welche Werte des reellen Parameters a besitzt das lineare Gleichungssystem

(/11)

$$x_1 + ax_2 + 2x_3 = 2$$

$$-x_1 + 2x_2 + ax_3 = -2$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4$$

- a) keine Lösung?
- b) unendlich viele Lösungen?
- c) genau eine Lösung?
- d) Berechnen Sie die Lösungen in den Fällen b) und c)