

VORPRÜFUNG IN MATHEMATIK - FAHRZEUGTECHNIK

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, nichtprogrammierbare Taschenrechner

Aufgabensteller: Kloster, Pöschl, Schlamp, Selting, Warendorf

Name:	Geb.-Datum:	Punkte:
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1:

(a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & t \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$:

(b) Für welche Werte von t existiert die inverse Matrix?

(c) Berechnen Sie die inverse Matrix für diese Werte von t :

Aufgabe 2: Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Welche der folgenden Berechnungen sind möglich? Kreuzen Sie die richtigen Antworten* an!

Matrix	A	B	C	D		
Determinante	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Inverse Matrix	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Produkte	$A \cdot B$	$A \cdot C$	$A \cdot D$	$B \cdot A$	$B \cdot C$	$B \cdot D$
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Produkte	$C \cdot A$	$C \cdot B$	$C \cdot D$	$D \cdot A$	$D \cdot B$	$D \cdot C$
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 3: Für welche Werte des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rclcl} x_1 + & 2x_2 - & & x_3 = & 2 \\ -x_1 + & x_2 + & (1 + \alpha)x_3 = & & -2 \\ x_1 + & \alpha x_2 + & & 4x_3 = & -(1 + \alpha) \end{array}$$

- (a) keine Lösung?
- (b) unendlich viele Lösungen?
- (c) genau eine Lösung?
- (d) Man berechne die Lösungen in den Fällen (b) und (c).

*Jede richtige Antwort ergibt einen halben Punkt, jede falsche einen halben Punkt Abzug. Aber insgesamt kein Negativsaldo!

Aufgabe 4: Berechnen Sie für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(a) das charakteristische Polynom

(b) alle Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

(c) und die zugehörigen normierten Eigenvektoren v_1, v_2, v_3

Fortsetzung: Aufgabe 4

Aufgabe 5: Gegeben ist die Gleichung eines Kegelschnitts im Koordinatensystem (x_1, x_2) .

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 3x_1 + x_2 + \frac{1}{2} = 0 \quad (1)$$

(x'_1, x'_2) bezeichnet das Koordinatensystem, in dem der den Kegelschnitt beschreibende Ausdruck seine Standardform annimmt.

- (a) Geben Sie die Standardform des Kegelschnitts an (Hinweis: das Ergebnis ist eine Parabel)

Fortsetzung: Aufgabe 5

- (b) Skizzieren Sie den Graphen des Kegelschnitts im gestrichenen Koordinatensystem (x'_1, x'_2) , in dem der den Kegelschnitt beschreibende Ausdruck seine Standardform annimmt und zeichnen Sie zusätzlich ursprüngliche Koordinatensystem (x_1, x_2) ein.

- (c) Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes im ungestrichenen Koordinatensystem an und bestätigen Sie, daß diese Koordinaten die gegebene Gleichung (1) erfüllen.