Fachhochschule München **Fachbereich 03 FA** **WS 2005/06**

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Matrizenalgebra
Aufgabensteller: Pöschl, Selting, Warendorf, Kloster

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!**
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!
(Ausnahme: Aufgabe 1, wo die richtige Angabe genügt.)

Name: **Geb. – Datum** **Punkte:** **(/ 54)**

Vorname: **Stud.- Gruppe** **Korr:**

Raum/Platz-Nr: **Aufsicht:** **Note:**

Aufgabe 1: (Matrizenrechnung) Es ist jeweils eine oder mehr als eine Aussage richtig!
(Jedes richtige Produkt ergibt einen Punkt, jedes falsche einen Punktabzug,
bei negativen Werten werden 0 Punkte eintragen)

Gegeben sind folgende Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{(Typ (2,2),} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} \text{(Typ (3,2)) und} \quad C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} \text{(Typ (2,3)).}$$

Welche Produkte (Matrizen nicht transponieren)
a) Zweier verschiedener Matrizen
b) dreier verschiedener Matrizen
sind möglich, wenn jede Matrix in jedem Produkt höchstens einmal vorkommen darf? Von welchem Typ sind die Ergebnisse? (Produkte nur angeben, nicht ausrechnen!!!)

(/7)

Aufgabe 2 : (Lineares Gleichungssystem mit Parameter)

Stellen Sie mit Hilfe des Gauss Algorithmus fest:
Für welche Werte des reellen Parameters a besitzt das lineare Gleichungssystem (/12)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - x_3 \phantom{{}- x_4} &= 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 &= a \\ ax_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 1 \end{aligned}$$

a) keine Lösung?
b) unendlich viele Lösungen? Berechnen Sie diese, sofern vorhanden!
c) genau eine Lösung? Berechnen Sie diese, sofern vorhanden!
   Setzen Sie bei dieser Berechnung a=1.

Aufgabe 3: (Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren einer Matrix, inverse Matrix, Diagonalmatrix, Ähnlichkeitstransformation) (/24)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte λ_1 , λ_2 und λ_3 von *A*. (/5)

b) Berechnen Sie alle Eigenvektoren der Matrix A zu den jeweiligen Eigenwerten. in normierter Darstellung (Wenn Sie die Eigenwerte nicht ermitteln können, rechnen Sie in den weiteren Aufgaben mit $\lambda_1 = -3$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 4$ weiter): (/6)

c) Man berechne die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ (/4)

d) Man gebe (Hinweis: dies ist ohne weitere große Berechnungen möglich !) (/9)

folgende Werte an

- Die Determinante von A

- Die Determinante der inversen Matrix A^{-1}

- Die Eigenwerte der inversen Matrix A^{-1}

- Die zur Matrix A gehörende Diagonalmatrix und die zugehörige Transformationsmatrix P, die bei Multiplikation mit der Transponierten Matrix: P^{-1} von Links und mit der Matrix P von rechts also mit $P^{-1}*A*P$ die Diagonalmatrix ergibt.

Aufgabe 4: (Koordinatentransformation): (/11)

Gegeben ist der Ortsvektor $a = \begin{pmatrix} 5000 \\ -3000 \\ 1000 \end{pmatrix}$ im Ausgangskoordinatensystem $x_1, x_2.x_3$.

Gesucht ist seine Darstellung in einem neuen Koordinatensystem, das sich auf folgende Weise ergibt:

Zunächst wird um die x_3 Achse um 30 Grad gedreht, es entsteht das Koordinatensystem $y_1, y_2.y_3$.

Dann wird um die neue Achse y_1 um - 60 Grad gedreht, es entsteht das Koordinatensystem $z_1, z_2.z_3$.

Wie lauten die Komponenten des Vektors a im Koordinatensysten $z_1, z_2.z_3$?

Man führe dazu die notwendigen Multiplikationen mit geeigneten Drehmatrizen aus
Und gebe das Ergebnis numerisch mit 3 Nachkommastellen an!