Hochschule München **Fakultät 03 FA** **WS 2008_2009**

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller: Kaltsidou-Kloster, Pöschl, Tapavicza, Warendorf

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!**
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!

Name:	**Geb. – Datum**	**Punkte: (/ 60)**
Vorname:	**Stud.- Gruppe**	**Korr:**
Raum/Platz-Nr:	**Aufsicht:**	**Note:**

Aufgabe 1: (Hauptachsentransformation): (/12)

Gegeben ist die folgende Kurve 2. Ordnung :

$$1476x_1^2 + 1536x_1x_2 + 1924x_2^2 - 22500 = 0 .$$

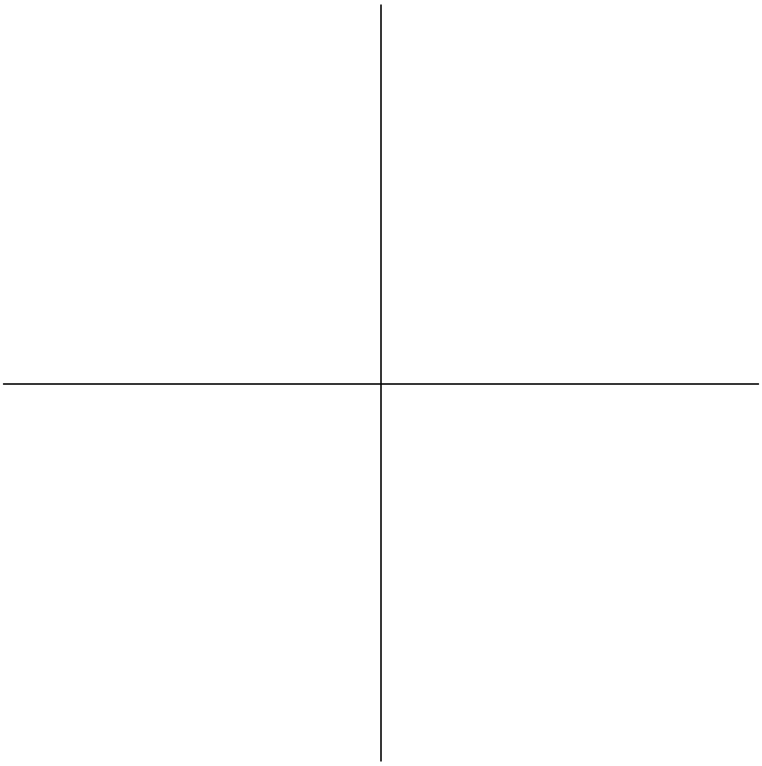
a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Hauptachsentransformation die Kurvengleichung in Normalform (Standardlage) sowie den Typ (Ellipse, Hyperbel oder Parabel). (Hinweis: Die Kurve ist nur gedreht **nicht** verschoben.)

(/8)

Platz für Rechnungen der Seite 1

b) Skizzieren Sie die Lage des transformierten Achsensystems y_1,y_2 im x_1,x_2 System und zeichnen Sie den Graphen der Kurve.

(/4)



Aufgabe 2 : (Eigenwerte, Eigenvektoren) (/12)

Gegeben sei die Matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix A . (/4)

(b) Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix A. (/8)

Aufgabe 3 : (Lineares Gleichungssystem) **(/ 8)**

Berechnen Sie die Lösung(en) des linearen Gleichungssystems:
Und geben Sie diese in vektorieller Form an(x_1'', x_2'', x_3'')!

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ 5x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 2x_4 &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Lineares Gleichungssystem mit Parameter (/ 12)

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem mit dem Parameter b:

$$\begin{aligned} x_1 &+ x_2 - bx_3 &= 1 \\ &- x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 &+ 3x_2 - bx_3 &= b \end{aligned}$$

Für welche Werte des reellen Parameters b besitzt das lineare Gleichungssystem

a) keine Lösung ?
b) unendlich viele Lösungen ?
c) genau eine Lösung ?
d) Man berechne die Lösung für den Fall b)
   und für den Fall c) in Abhängigkeit vom Parameter b.

Platz für Bearbeitung von Aufgabe 4

Aufgabe 5: Koordinatentransformation (/ 12)

Das Koordinatensystem (x_1, x_2 , x_3) wird zuerst um die x_2 – Achse um φ = 40 Grad gedreht.
Es entsteht das Koordinatensystem (x_1', x_2', x_3').

Dieses wird dann um die x_3'- Achse um 55 Grad gedreht.
Es entsteht das Koordinatensystem (x_1'', x_2'', x_3'').

a) Wie lautet die Gesamttransformationsmatrix Q, die direkt vom Koordinatensystem (x_1, x_2 , x_3) in das Koordinatensystem (x_1'', x_2'', x_3'') transformiert ? (/ 8)

b) Berechnen Sie die Koordinaten des im (/ 2)
(x_1, x_2, x_3) Koordinatensystem
gegebenen Vektors $a = \begin{bmatrix} -1 \\ -0.5 \\ 2 \end{bmatrix}$ im (x_1'', x_2'', x_3'') Koordinatensystem

c) Berechnen Sie die Koordinaten des im (/ 2)
(x_1'', x_2'', x_3'') Koordinatensystem
gegebenen Vektors $b'' = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ im (x_1, x_2, x_3) Koordinatensystem

Zur Hauptachsentransformetion

```
> restart;               # Löschen aller Bindungen von
VariablenJ
>
> with(LinearAlgebra):   # Laden des Pakets "LinearAlgebra"
> A := Matrix([[1476,768],[768,1924]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1476 & 768 \\ 768 & 1924 \end{bmatrix}$$

```
> R1 := LinearAlgebra:-Eigenvectors(Matrix(%id = 1105228));
```

$$R1 := \begin{bmatrix} 900 \\ 2500 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{-4}{3} & \frac{3}{4} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> R0 := LinearAlgebra:-Eigenvalues(Matrix(%id = 1105228));
```

$$R0 := \begin{bmatrix} 2500 \\ 900 \end{bmatrix}$$