Fachhochschule München **Fakultät 03 FA** **WS 2009/2010**

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten,
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller: Kaltsidou-Kloster, Pöschl ,Radtke,Selting
!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!**
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!

Name: **Geb. – Datum** **Punkte: (/ 43)**

Vorname: **Stud.- Gruppe** **Korr:**

Raum/Platz-Nr: **Aufsicht:** **Note:**

Aufgabe 1: (Eigenwerte, Eigenvektoren von Matrizen max = 9 Punkte)

(/ 9)

a) Für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ (/ 3)

zeige man, dass $\lambda_1 = -5$ ein Eigenwert ist und ermittle die Eigenwerte λ_2 und λ_3 .

b) Berechnen Sie die Eigenvektoren zu den Eigenwerten. (/ 6)

Aufgabe 2 : (Lineares Gleichungssystem, max = 6 Punkte)

Ermitteln Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems: (/6)

$$
\begin{array}{rcrcrcrcr}
x_1 & & & + & x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\
2x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & + & 2x_4 & = & 2 \\
x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & 5x_4 & = & 4
\end{array}
$$

Geben Sie auch eine vektorielle Darstellung der Lösung an !

Rechenseite für Aufgabe 2

Aufgabe 3: (Berechnung der inversen Matrix max = 6 Punkte)

Gesucht ist die inverse Matrix D^{-1} der gegebenen Matrix D:
Das Ergebnis allein genügt nicht. Es müssen auch
Zwischenschritte der Rechnung dargestellt werden

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

(/ 6)

Aufgabe 4: (Lineare Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit von Vektoren max = 10 Punkte)

Im vierdimensionalen Raum R^4 sind die Vektoren

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad , \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} , \quad a_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ t \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \; a_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad , \quad a_5 = \begin{pmatrix} -4 \\ -11 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit einem Parameter t gegeben.

a) Für welche Werte des Parameters t in a_2 und a_3 sind die Vektoren (, 5)

a_1 , a_2 , a_3 , a_4 linear **un**abhängig ?

b) Für den Parameterwert $t = +1$ berechne man a_5 als lineare Kombination der anderen 4 Vektoren, d.h. man bestimme die Parameter λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 in der Darstellung (, 5)

$$a_5 = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3 + \lambda_4 a_4$$

Aufgabe 5: (Hauptachsentransformation max = 12 Punkte)

Gegeben ist die folgende Kurve 2. Ordnung :

$9x_1^2 + 24x_1x_2 + 16x_2^2 - 4x_1 + 3x_2 + 15 = 0$.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Hauptachsentransformation die Kurvengleichung in Normalform (Standardlage) sowie den Typ (Ellipse, Hyperbel oder Parabel).

(/8)

Rechenseite für Aufgabe 5

b) Skizzieren Sie die Lage des transformierten Achsensystems im x_1,x_2 System und zeichnen Sie den Graphen der Kurve (Einheit = 1cm).

(/4)