Hochschule München Fakultät 03 FA SoSe 14

Prüfung in BACHELOR: Ingenieurmathematik II
Maschinenbau, Fahrzeugtechnik, Luft- und Raumfahrttechnik -

Arbeitszeit:	90 Minuten
Hilfsmittel:	Formelsammlung, Skripten, Bücher,KEIN Taschenrechner
Aufgabensteller:	Kaltsidou-Kloster, Kellersch, Mahnke, Pöschl, Warendorf

WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen**!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!

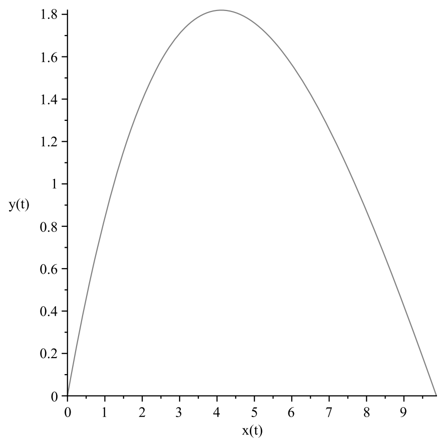
Name: Vorname:	Geb.-Datum: Stud.-Gruppe:	Punkte: / ca. 54 Korr.:
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:

1. **Aufgabe: Ebene Kurven** **(/ ca. 11 Punkte)**

Gegeben sei die ebene Kurve

$$\mathcal{C} : x(t) = t^2 , \quad y(t) = t \cdot \sin(t)$$

und $0 \leq t \leq \pi$.



(a) Berechnen Sie die Steigung der Kurve $\mathcal{C}$ im Punkt $(0; 0)$.

(/ 3)

Fortsetzung Aufgabe: Ebene Kurven

(b) Welchen Radius besitzt der Krümmungskreis an die Kurve $\mathcal{C}$ im Punkt $(\pi^2; 0)$?

(/ 5)

(c) Berechnen Sie die Fläche zwischen der Kurve $\mathcal{C}$ und der x-Achse ($t \in [0; \pi]$).

(/ 3)

2. **Aufgabe: Funktion von 2 Variablen** **(/ ca. 10 Punkte)**

Gegeben ist die folgende auf ganz $I\!R^2$ definierte Funktion:

$$z = f(x, y) = x \cdot e^{x+y} + y.$$

(a) Welche Kurve ergibt der Schnitt des Graphen von $f(x, y)$ mit der Ebene $y = -x$?

(/ 2)

(b) Ermitteln Sie alle $(x; y) \in \mathbb{R}^2$, in denen Extremwerte oder Sattelpunkte auftreten. Berechnen Sie bei Extremwerten auch deren Art.

(/ 6)

(c) Berechnen Sie die Tangentialebene an die gegebene Fläche im Punkt $Q(1; -1)$.

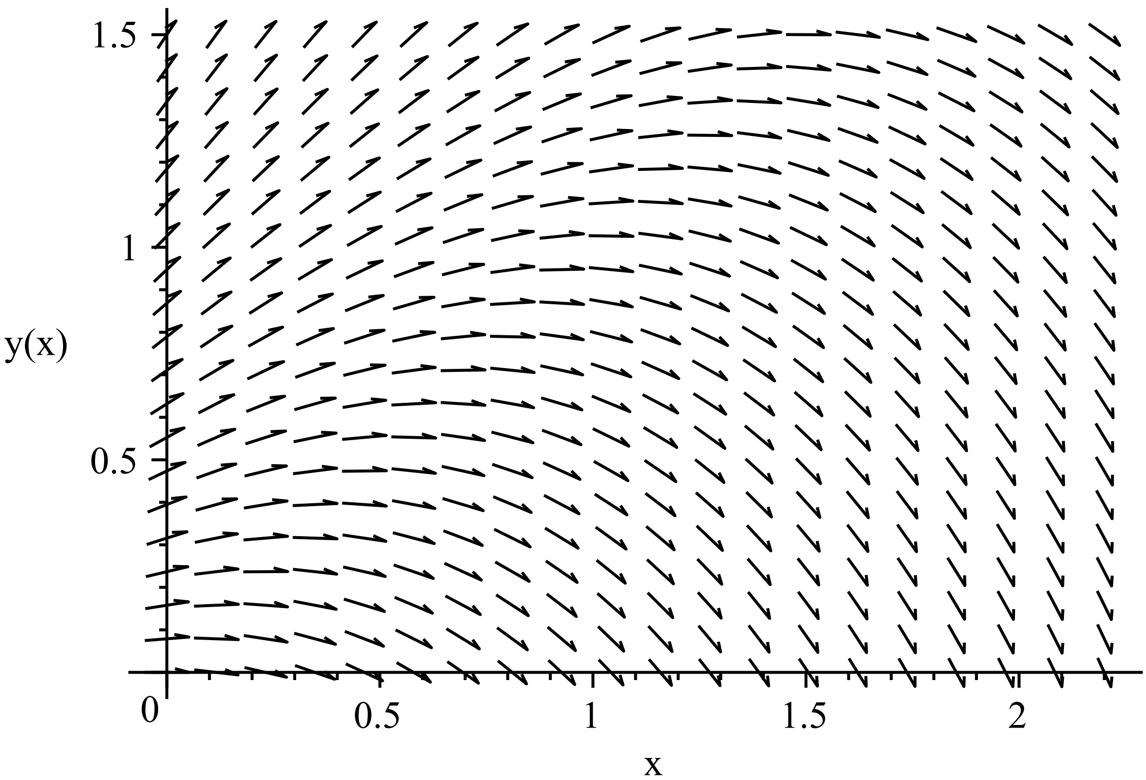
(/ 2)

3. **Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung** **(/ ca. 7 Punkte)**
Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' = y - x, \quad 0 \le x \le 2$$

(a) Zeichnen Sie in das gegebene Richungsfeld - ohne die Lösung zu berechnen - die Lösung beginnend im Punkt $P(0/0.6)$ bis $x = 2$ ein.

(/ca. 2)



Fortsetzung Aufgabe: Differentialgleichung 1. Ordnung

(b) Errechnen Sie eine Näherungslösung für y an der Stelle $x = 2$ mit dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung.
Anfangswerte: $x_0 = 0$, $y_0 = y(x_0) = 0.6$, Schrittweite $h = 2$.

(/ca. 5)

4. **System von linearen Differentialgleichungen**

(/ ca. 8 Punkte)

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} y_1' &= 6y_1 - 2y_2 \\ y_2' &= 3y_1 - y_2. \end{aligned}$$

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung das Systems.

(/ca. 5)

(b) Bestimmen Sie die spezielle Lösung unter den Anfangsbedingungen $y_1(0) = 2$ und $y_2(0) = 0$.

(/ca. 3)

5. **Aufgabe: Vektorfelder** **(/ ca. 8 Punkte)**

(a) Das Vektorfeld einer rotationssymmetrischen Staupunktströmung lautet

$$\vec{v} : \mathbb{D} = \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3, \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} a \cdot x \\ a \cdot y \\ -2 \cdot a \cdot z \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

Hinweis: Der Definitionsbereich $\mathbb{D} = \mathbb{R}^3$ ist offen und einfach zusammenhängend.

i. Prüfen Sie, ob das Vektorfeld ein Potential hat.

(/ca. 1,5)

ii. Bestimmen Sie, falls vorhanden, ein Potential.

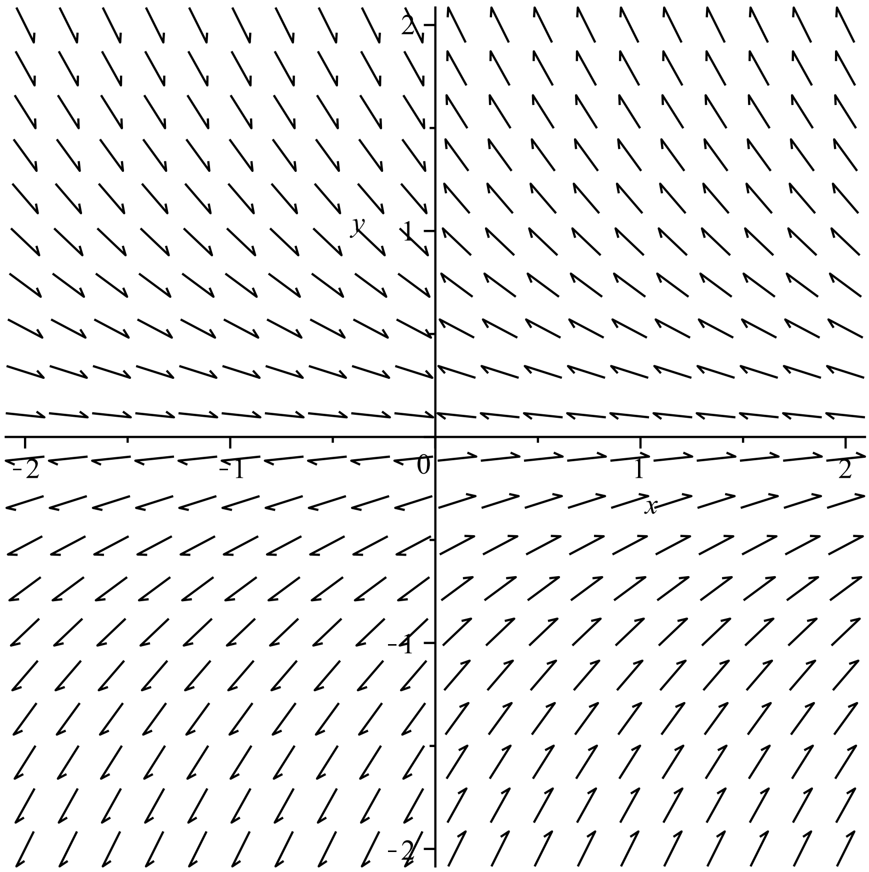
(/ca. 4)

Fortsetzung Aufgabe: Vektorfelder

(b) Welches der folgenden Vektorfelder gehört zu dem dargestellten Vektorfeld (die Längen der Vektoren sind normiert)?
Begründen Sie kurz Ihre Meinung in einem vollständigen Satz!

(/ca. 2,5)

$$\vec{v_1}(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{x}{y} \\ x \end{pmatrix}, \vec{v_2}(x,y) = \begin{pmatrix} -\frac{x}{y} \\ x \end{pmatrix}, \vec{v_3}(x,y) = \begin{pmatrix} -\frac{x}{y} \\ -x \end{pmatrix}$$



6. **Aufgabe: Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (/ ca. 10 Punkte)**
Gegeben ist die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' - 4y' + 5y = s_i(x) \tag{1}$$

(a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

(/ca. 2)

(b) Es sei $s_1(x) = \mathrm{e}^{-2x}$.
Bestimmen Sie die Ansatzfunktion zur Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (1). (Rechnen Sie NICHT die allgemeine Lösung aus.)

(/ca. 2)

(c) Es sei $s_2(x) = \mathrm{e}^{2x} \cdot \cos(x)$.
Bestimmen Sie die Ansatzfunktion zur Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (1). (Rechnen Sie NICHT die allgemeine Lösung aus.)

(/ca. 2)

(d) Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung (1) für die Störfunktion $s_3(x) = x$ und geben Sie die allgemeine Lösung an.

(/ca. 4)