

INGENIEURMATHEMATIK I - MB, FA, LR

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher

Prüfer: Prof. Dr. Selting, Dr.-Ing. Vielemeyer und Koll.

!!! Wichtig:

Die Aufgabenstellung umfasst **6 Aufgaben** auf 12 Seiten.

Die Verwendung eines **Taschenrechners** ist **nicht zulässig!**

Alle Rechnungen und Ergebnisse sind auf diesem Arbeitsblatt einzutragen.

Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg bzw. die Begründung muss nachvollziehbar sein.

Name:	Geb.-Datum:	Punkte:
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:
Raum:	Aufsicht:	Note:

Aufgabe 1: Folgen $(\Sigma$

/ ca. 6 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des bekannten Grenzwertes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + a_n)^{\frac{1}{a_n}} = e$$

(für jede Nullfolge a_n) den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+3} \right)^{2 \cdot n-1}$$

Aufgabe 2: Reihen**(Σ / ca. 6 Punkte)**

Berechnen Sie mit Hilfe der ersten beiden (von Null verschiedenen) Terme der Mac Laurin Reihe $T_2(x)$ der Funktion $\sin(x^2)$ eine Näherung für das Integral

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx \approx \int_0^1 T_2(x) dx$$

Hinweis: Verwenden Sie zur Berechnung von $T_2(x)$ die bekannte Sinusreihe.

Aufgabe 3: Differentialrechnung $(\Sigma$ / **ca. 8 Punkte)**

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x}}.$$

(a) Berechnen Sie erste und zweite Ableitung $f'(x)$ und $f''(x)$.

(ca. 5 P.)

(b) Bestimmen Sie Art und Lage des lokalen Extremums der Funktion (vgl. (a))

$$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$$

(ca. 3 P.)

Aufgabe 4: Integralrechnung $(\Sigma$ / **ca. 6 Punkte)**

(a) Berechnen Sie mittels Partialbruchzerlegung das Integral

$$\int \frac{2}{x^2 - 2x} dx.$$

(ca. 4 P.)

(b) Konvergiert oder divergiert das uneigentliche Integral (vgl. (a))

$$\int_3^{\infty} \frac{2}{x^2 - 2x} dx?$$

Begründen Sie Ihre Antwort nachvollziehbar durch Rechnung.

(ca. 2 P.)

Aufgabe 5: Komplexe Zahlen**(Σ / ca. 6 Punkte)**

(a) Lösen Sie folgende Gleichung in \mathbb{C} :

$$(\cos x + j \sin x) \cdot (\cos 2x + j \sin 2x) = -1; \quad x \in [0, 2\pi[$$

Anmerkung: j bezeichnet hier die imaginäre Einheit.

Hinweis: Verwenden Sie die aus der Vorlesung bekannte Eulersche Formel (ca. 4 P.)

- (b) Geben Sie in Worten eine geometrische Beschreibung folgender Punktmenge in \mathbb{C} an und skizzieren Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene:

$$M := \{z \in \mathbb{C} : |z + 2j| \leq 1\}$$

(ca. 2 P.)

Aufgabe 6: Eigenwerte und Eigenvektoren $(\Sigma$ / **ca. 8 Punkte**)Gegeben sei folgende 3×3 -Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie alle Eigenwerte und die zugehörigen **normierten** Eigenvektoren der Matrix A .

Fortsetzung Aufgabe 1: Eigenwerte und Eigenvektoren

Zusatzblatt zu Aufgabe _____ :

