

## BACHELORPRÜFUNG IN INGENIEURMATHEMATIK I - FA - MB - LR

Arbeitszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripte, Bücher, KEIN Taschenrechner

Aufgabensteller: Pöschl, Schlüchtermann, Warendorf

**WICHTIG: Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!  
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!**

Name:	Geb.-Datum:	Punkte:	/ max. 50
Vorname:	Stud.-Gruppe:	Korr.:	
Raum/Platz-Nr.:	Aufsicht:	Note:	

## 1. (Lineare Abhängigkeit, Lineare Gleichungssysteme) ( /ca. 8 Punkte)

(a) Man bestimme den Parameter  $a$  so, dass der Vektor

$\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 3 \end{pmatrix}$  in der von den Vektoren  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  aufgespannten Ebene liegt.

( / 2 )

(b) Bestimmen Sie einen Vektor der zu den Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ senkrecht steht.}$$

( / 2)

(c) Welche Koordinaten hat der Vektor

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Man löse das Gleichungssystem

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

( / 4)

2. (Matrizenmultiplikation, Eigenwerte und Eigenvektoren) ( /ca. 10 Punkte)

(a) Für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

berechne man die Produkte  $A \cdot B$  und  $A^T \cdot A$ .

Welche besondere Matrix ergibt sich bei  $A^T \cdot A$ ?

( / 3)

(b) Man berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren von  $A$ .

( / 5 )

(c) Berechnen Sie die Inverse  $A^{-1}$  der Matrix  $A$ .

( / 2 )

3. (Integration)

( /ca.11 Punkte)

(a) (Partialbruchzerlegung)

Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{3x - 5}{x^2 + 2x - 8} dx$$

( / 5)

(b) Gegeben sei die Funktion  $F$

$$F(x) = \int_{-\pi}^x e^{t^2} \sin t dt, \text{ für } x \in [-\pi, \pi]$$

i. Bestimmen Sie die Ableitung  $F'(x)$ .

( / 1)

ii. Welche Extremwerte von  $F$  gibt es in  $[-\pi, \pi]$  (nur  $x$ -Wert)?

( / 1,5)

iii. Geben Sie für eventuelle Extremwerte die Art an? Benutzen Sie dazu

A. einmal die zweite Ableitung.

( / 1,5)

B. die geometrische Eigenschaft des Integranden  $e^{t^2} \sin t$  bzw. der ersten Ableitung.

( / 2)

4. (Differenzialrechnung und Potenzreihen)

( /ca. 9 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}, \quad x \in \mathbb{R}$$

(a) Bestimmen Sie die Ableitung  $f'(x)$  und stellen Sie sie mit Hilfe von  $\tanh(x)$  dar.

( / 2)

(b) Bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion  $(f^{-1})'(t)$  mit Hilfe von a).

( / 2,5)

(c) Geben Sie die Ableitung der Umkehrfunktion  $(f^{-1})'(t)$  als Potenzreihe an, indem Sie die geometrische Reihe verwenden (und deren Formel).

( / 2,5 )

(d) Geben Sie nun für  $f^{-1}(t)$  eine Darstellung in einer Potenzreihe an.

( / 2 )

5. (Komplexe Zahlen)

( /ca. 12 Punkte)

Gegeben sind die drei komplexen Zahlen ( $j$  ist die imaginäre Einheit)

$$z_1 = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$z_2 = 2 - 3j$$

$$z_3 = -3 + j$$

- (a) Zeichnen Sie  $z_1, z_2$  und  $z_3$  in das Koordinatenkreuz ein. Lesen Sie  $z_1$  in arithmetischer Form und  $z_2, z_3$  in Exponentialform (Eulerdarstellung) ab.

( / 4)

(b) Bilden Sie graphisch die Summe von  $z_1$ ,  $z_2$  und  $z_3$ . Lesen Sie das Ergebnis in arithmetischer Form und in Exponentialform (Eulerdarstellung) ab.

Bestimmen Sie anschließend die Summe analytisch und geben Sie das Ergebnis sowohl in arithmetischer Form als auch in Exponentialform (Eulerdarstellung) an.

( / 5,5)

(c) Berechnen Sie die Ausdrücke

i)  $z_4 = z_2 \cdot z_3$                       und                      ii)  $z_5 = \frac{z_2}{z_3}$   
jeweils mittels arithmetischer Darstellung.

( / 2,5)