

Lineare Algebra Übungsblatt 1: Vektorrechnung

1. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie rechnerisch und grafisch den Vektor $\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{c} - \vec{a} + 2\vec{b}$.
2. Gegeben ist der Vektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Länge von \vec{r} , den zugehörigen Einheitsvektor und den Winkel zwischen \vec{r} und den Koordinatenachsen.
3. Bilden Sie das Skalarprodukt des Vektors $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit den Vektoren

(a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}$

Welche Lage haben die Vektoren im Fall b), c) zueinander?

4. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Welchen Winkel schließen der Summenvektor $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ und der Differenzvektor $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ miteinander ein?
5. Ein Vektor \vec{a} schließt mit der x-Achse den Winkel $\alpha = 45^\circ$, mit der z-Achse den Winkel $\gamma = 120^\circ$ und mit der y-Achse einen spitzen Winkel ein. Seine Länge ist $\sqrt{2}$. Berechnen Sie \vec{a} .
6. Ein Körper wird durch die Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ -12 \end{pmatrix}$ N auf dem Weg $\vec{s} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$ m bewegt. Welche Arbeit muss geleistet werden?
7. Ein Massepunkt wird durch die Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ N geradlinig von $P_1 = (1; 20; 5)$ m nach $P_2 = (6; 3; 0)$ m verschoben. Welche Arbeit leistet die Kraft? Welchen Winkel bildet sie mit dem Verschiebungsvektor $\vec{s} = \vec{P_1P_2}$?
8. Durch die beiden Ortsvektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ ist ein Dreieck OAB aufgespannt. Bestimmen Sie den Fußpunkt C der Höhe h von A auf die Seite \overline{OB} . Welchen Betrag hat die Höhe h ?
9. Berechnen Sie $\vec{a} \times \vec{b}$ für $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

10. Welcher Einheitsvektor ist orthogonal zu den Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$?

Lineare Algebra Lösungen Vektorrechnung

1. $\vec{r} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$

2. $|\vec{r}| = 7$, $\vec{e}_r = \begin{pmatrix} \frac{6}{7} \\ -\frac{2}{7} \\ \frac{3}{7} \end{pmatrix}$, Winkel mit x-Achse: $\alpha = 31,00^\circ$, Winkel mit y-Achse: $\beta = 106,60^\circ$, Winkel mit z-Achse: $\gamma = 64,62^\circ$

3. (a) $\vec{r} \cdot \vec{a} = -4$

(b) $\vec{r} \cdot \vec{b} = 0$, \vec{r} ist senkrecht zu \vec{b} .

(c) $\vec{r} \cdot \vec{c} = -42$, \vec{r} ist parallel zu \vec{c} .

4. $\varphi = 86,4^\circ$

5. $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

6. $W = 330J$

7. $W = 74J$, $\varphi = 49,31^\circ$

8. Fußpunkt $C = \left(\frac{14}{5}; 0; -\frac{7}{5}\right)$, $h = 3,35$

9. $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{5}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$

10. $\vec{e}_v = \frac{1}{\sqrt{174}} \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$