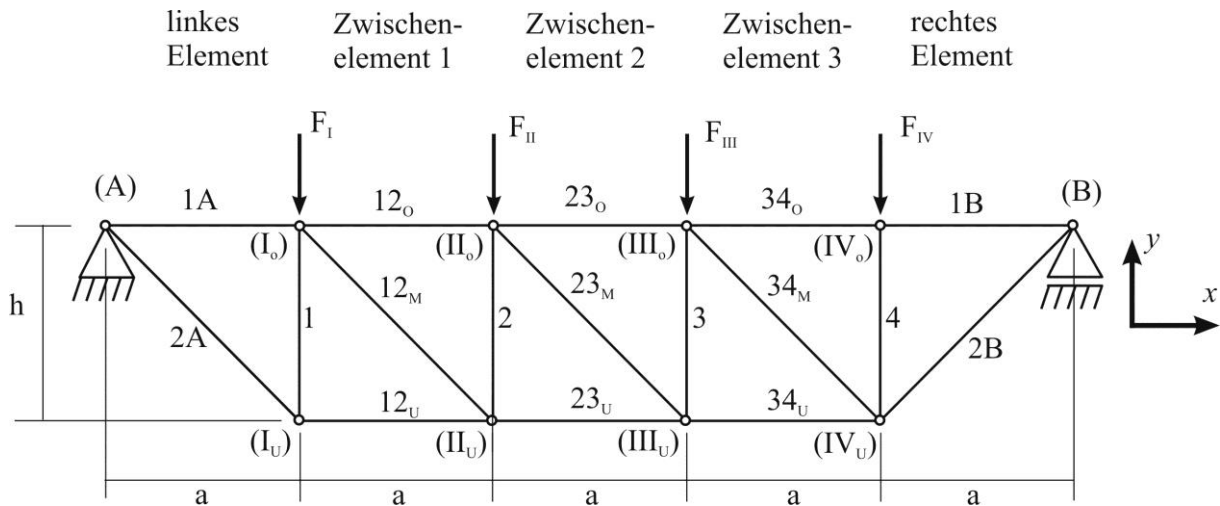


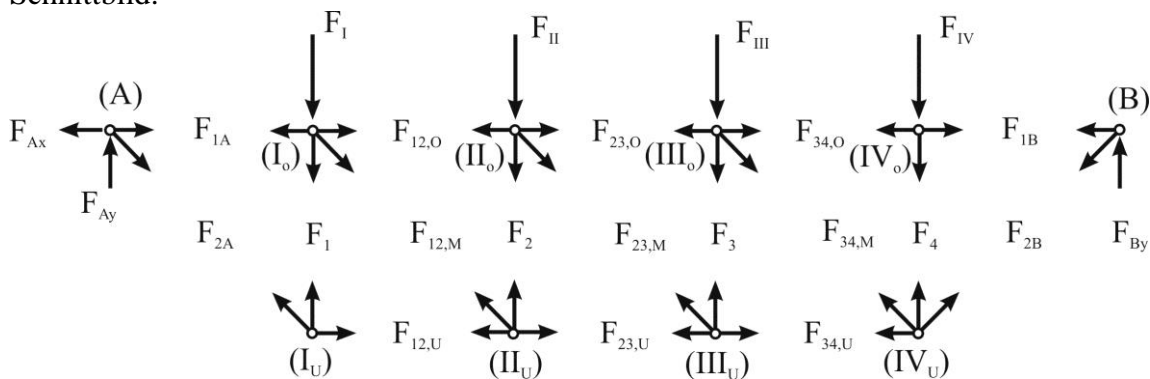
**Testaufgabe 1: Lineare Gleichungssysteme**

Gegeben ist folgendes Fachwerk mit einem linken Element, einem rechten Element und drei Zwischenelementen. Die 17 Stäbe sind jeweils bezeichnet mit 1A, 2A, 1, 12<sub>O</sub>, 12<sub>M</sub>, 12<sub>U</sub>, 2, 23<sub>O</sub>, 23<sub>M</sub>, 23<sub>U</sub>, 3, 34<sub>O</sub>, 34<sub>M</sub>, 34<sub>U</sub>, 4, 1B, 2B, die 10 Knoten und Lager sind bezeichnet mit (A), (I<sub>O</sub>), (I<sub>U</sub>), (II<sub>O</sub>), (II<sub>U</sub>), (III<sub>O</sub>), (III<sub>U</sub>), (IV<sub>O</sub>), (IV<sub>U</sub>), (B):

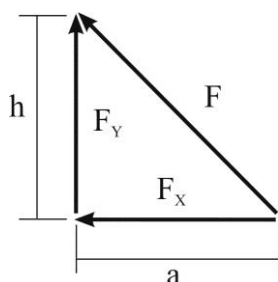


Um alle Stabkräfte und Lagerreaktionen bestimmen zu können werden alle Knoten und Lager freigeschnitten und jeweils das Kräftegleichgewicht in x- und y-Richtung formuliert:

Schnittbild:



Mit Hilfe folgender Zerlegung der Kräfte der geneigten Stäbe



$$F_x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + h^2}} F = c_x F; \quad c_x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + h^2}};$$

$$F_y = \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}} F = c_y F; \quad c_y = \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}};$$

können sämtliche Kräftegleichgewichte gemäß beiliegender Tabelle formuliert werden. Dieses Gleichungssystem entspricht obigem Fachwerk mit zwei Randelementen und drei Zwischenelementen. Entwickeln Sie eine Funktion in Matlab, die in Abhängigkeit von  $a$  und  $h$  sowie allen äußern Kräften  $F_i$  sämtliche Stabkräfte für eine variable Anzahl  $N$  von Zwischenelementen numerisch berechnen kann. Gehen Sie hierzu in folgenden Schritten vor:

1. Stellen Sie die Matrix  $A$  und den Vektor  $b$  gemäß beiliegender Tabelle für eine wählbare Anzahl von Zwischenelementen auf! Beachten Sie, dass die gestrichelt dargestellten Anteile jeweils die Größen eines oberen und unteren Knoten darstellen und immer gleich aufgebaut sind. Eine variable Anzahl  $N$  erfordert lediglich eine Vervielfältigung dieser Anteile. Die grau hinterlegten Anteile werden durch ein variables  $N$  nicht verändert.
2. Berechnen Sie die gesuchten Stab- und Lagerreaktionen für unterschiedliche Werte von  $a$ ,  $h$  und  $F_i$  durch eine numerische Lösung des Gleichungssystems  $Ax=b$  für ein variables  $N$  und geben Sie die Ergebnisse in geeigneter Weise aus! Programmieren Sie Ihre Funktion so, dass Sie  $a$ ,  $h$ , und  $F_i$  und  $N$  von „außen“ vorgeben können.
3. Überprüfen Sie die Kondition der Matrix  $A$ ! Welchen Einfluss haben  $a$ ,  $h$ , und  $F_i$  auf die Kondition? Untersuchen Sie die Rechenzeit in Abhängigkeit der Dimension des Problems und in Abhängigkeit des verwendeten Lösungsverfahrens ( $x=A \setminus b$  oder  $x=inv(A) * b$ ).
4. Stellen Sie Ihre Untersuchungen zu Aufgabenteil 3 und 4 in Form von Diagrammen (z.B. mit Excel) dar und erläutern Sie Ihr Ergebnis schriftlich.

Gleichungssystem für Fachwerk mit drei Zwischenelementen:

Kn.	Rich.	F <sub>Ax</sub>	F <sub>Ay</sub>	F <sub>IA</sub>	F <sub>2A</sub>	F <sub>I</sub>	F <sub>12,O</sub>	F <sub>12,M</sub>	F <sub>12,U</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>23,O</sub>	F <sub>23,M</sub>	F <sub>23,U</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>34,O</sub>	F <sub>34,M</sub>	F <sub>34,U</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>1B</sub>	F <sub>2B</sub>	F <sub>By</sub>
A	x:	-1		1	c <sub>x</sub>																
	y:		1		-c <sub>y</sub>																
I <sub>O</sub>	x:			-1		1	c <sub>x</sub>														
	y:					-1	-c <sub>y</sub>														
I <sub>U</sub>	x:				-c <sub>x</sub>			1													
	y:				c <sub>y</sub>	1															
II <sub>O</sub>	x:					-1			1	c <sub>x</sub>											
	y:								-1	-c <sub>y</sub>											
II <sub>U</sub>	x:						-c <sub>x</sub>	-1			1										
	y:						c <sub>y</sub>	1				1									
III <sub>O</sub>	x:								-1				1	c <sub>x</sub>							
	y:												-1	-c <sub>y</sub>							
III <sub>U</sub>	x:									-c <sub>x</sub>	-1				1						
	y:									c <sub>y</sub>	1					1					
IV <sub>O</sub>	x:												-1				1				
	y:																-1				
IV <sub>U</sub>	x:													-c <sub>x</sub>	-1				c <sub>x</sub>		
	y:													c <sub>y</sub>	1				c <sub>y</sub>		
B	x:																	-1	-c <sub>x</sub>		
	y:																		-c <sub>y</sub>	1	

A	*	x	=	b
---	---	---	---	---

	*	F <sub>AX</sub>	=	
		F <sub>AY</sub>	=	
		F <sub>IA</sub>	=	
		F <sub>2A</sub>	=	F <sub>I</sub>
		F <sub>I</sub>	=	
		F <sub>12,O</sub>	=	
		F <sub>12,M</sub>	=	
		F <sub>12,U</sub>	=	F <sub>II</sub>
		F <sub>2</sub>	=	
		F <sub>23,O</sub>	=	
		F <sub>23,M</sub>	=	
		F <sub>23,U</sub>	=	F <sub>III</sub>
		F <sub>3</sub>	=	
		F <sub>34,O</sub>	=	
		F <sub>34,M</sub>	=	
		F <sub>34,U</sub>	=	F <sub>IV</sub>
		F <sub>4</sub>	=	
		F <sub>1B</sub>	=	
		F <sub>2B</sub>	=	
		F <sub>By</sub>	=	