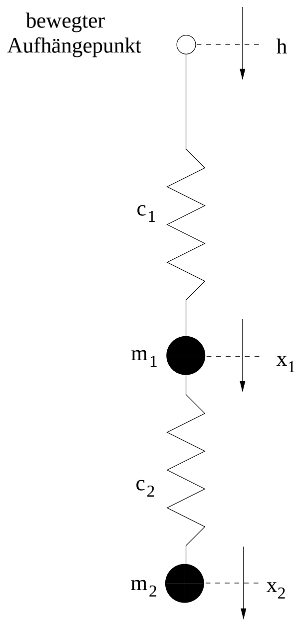
# Prüfung in Numerische Verfahren - Fahrzeugtechnik -

| | |
|---|---|
| Arbeitszeit: | 90 Minuten |
| Hilfsmittel: | Formelsammlung, Skripten, Bücher,Taschenrechner |
| Aufgabensteller: | Warendorf |

WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen**!
**Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muß erkennbar sein**!

| | | |
|---|---|---|
| Name:<br>Vorname: | Geb.-Datum:<br>Stud.-Gruppe: | Punkte: / ca. 35<br>Korr.: |
| Raum/Platz-Nr.: | Aufsicht: | Note : |

1. **Aufgabe: System von Differentialgleichungen** **( / ca. 19 Punkte)**




Der abgebildete Koppelschwinger mit bewegtem Aufhängepunkt wird durch das folgende System von Differentialgleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1(t) &= -c_1(x_1(t) - h(t)) - c_2(x_1(t) - x_2(t)) \\ m_2\ddot{x}_2(t) &= -c_2(x_2(t) - x_1(t)) \end{aligned}$$

$x_1$ und $x_2$ beschreiben dabei die Bewegungen der Massen $m_1$ und $m_2$ bezogen auf ihre jeweilige Ruhelage in Abhängigkeit der Zeit $t$. $h$ beschreibt die Bewegung des Aufhängepunktes in Abhängigkeit der Zeit $t$.

**Parameter:**
$m_1 = 1\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $c_1 = 500\frac{\text{N}}{\text{m}}$, $c_2 = 700\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

**Anfangsbedingungen:**
$x_1(0) = 0\text{m}$, $x_2(0) = 0\text{m}$, $\dot{x}_1(0) = 0.2\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\dot{x}_2(0) = 0.3\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(a) Stellen Sie die Zustandsform für das obige System von Differentialgleichungen auf.

(b) Bestimmen Sie den Verlauf der Wege $x_1(t)$, $x_2(t)$ und der Geschwindigkeiten $\dot{x}_1(t)$, $\dot{x}_2(t)$ durch numerische Integration im Intervall $0 \leq t \leq 6\text{s}$ für die jeweils gegebene Funktion $h(t)$ (Einheit: jeweils [m]). Stellen Sie die Ergebnisse jeweils in einem Plot mit einer Grafik der Funktion $h(t)$, einer Weg-Grafik und einer Geschwindigkeits-Grafik dar. Speichern Sie diese Plots jeweils als pdf-Datei. Speichern Sie auch für jedes $h(t)$ ein m-File.

i. unbewegter Aufhängepunkt: $h(t) = 0$

ii. Sinusförmige Bewegung: $h(t) = 0.5\sin(8t)$

iii. Die Bewegung $h(t)$ wird durch eine Spline-Interpolation durch die Punkte $h(t = 0s) = 0$, $h(t = 1s) = -0.1$, $h(t = 2.5s) = 0.3$, $h(t = 4s) = 0.5$, $h(t = 6s) = 0$ beschrieben.

(c) Erzeugen Sie ein neues m-File, in dem Sie über eine Variable einstellen können, welche von den 3 Höhenfunktionen verwendet werden soll.

2. **Aufgabe: Matrizen (   / ca. 16 Punkte)** In vielen Anwendungsbeispielen stellt sich die Aufgabe große Matrizen durch verschiedene Blöcke darzustellen.

Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Zusätzlich ist noch der Vektor $b = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben, der jeweils aus *Einsen* besteht.

(a) Erzeugen Sie die folgende Matrix $C$ und lösen Sie das Gleichungssystem $C \cdot x = b$.

$$C = \left(\begin{array}{c|c|c} B & 0 & 0 \\ \hline 0 & A & 0 \\ \hline 0 & 0 & B \end{array}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

(b) Erzeugen Sie die folgende Matrix $C_2$ und lösen Sie das Gleichungssystem $C_2 \cdot x = b$.

$$C_2 = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & A & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & A & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{array}\right)$$

Gestalten Sie die Anzahl $n$ der Matrizen $A$ variabel. Wie lautet die euklidische Norm (Länge des Vektors) des Lösungsvektors $x$ für $n = 3$ und $n = 10$?