Fachhochschule München **Fakultät 03 FA** **WS 2007/2008**

Diplomvorprüfung in Mathematik II (Analysis) – Fahrzeugtechnik -

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner
Aufgabensteller: Kloster, Pöschl

WICHTIG :

Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!

Alle Prüfungsteilnehmer bearbeiten die Aufgaben 1-6.

Name:	**Geb. – Datum**	**Punkte: (/ 72)**
Vorname:	**Stud.- Gruppe**	**Korr:**
Raum/Platz-Nr:	**Aufsicht:**	**Note:**

Aufgabe 1: (Kurven, Parameterdarstellung, Sektorfläche, max = 18 Punkte)

Die ebene Kurve k habe die Parameterdarstellung:

$$x = \frac{1}{\sin(t)}\ , y = \cot(t) \quad \text{mit} \quad t \in \ ]\ 0, \pi\ [\ .$$

P sei der zu dem Parameterwert $\frac{3\pi}{4}$ gehörige Punkt von k.

a) Berechnen Sie die Koordinaten von P und die Steigung von k in P, sowie die Gleichung der Tangente an k in P. (/5)

b) Ermitteln Sie den Krümmungsradius ρ von k in P. (/7)

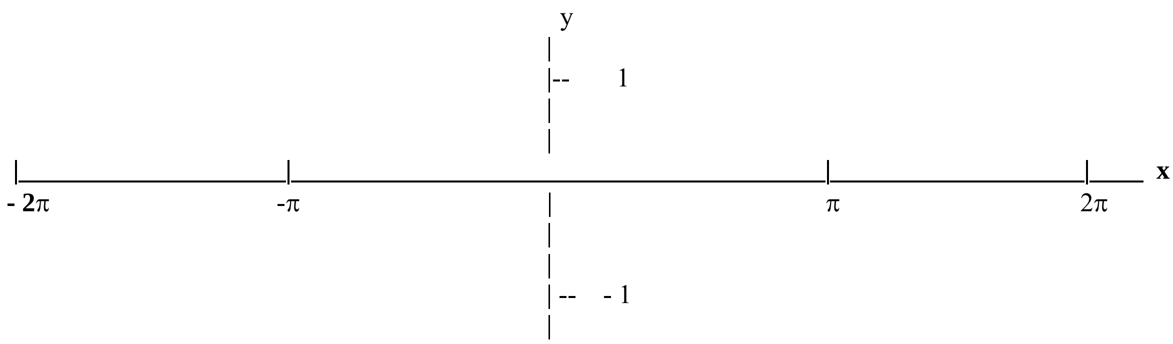
c) Zeigen Sie, dass k in impliziter Form durch $x^2 - y^2 = 1$ mit $x > 0$ gegeben ist. (/1)

d) Berechnen Sie den Inhalt A der Sektorfläche von k zwischen den Punkten S = (1,0) und P.
(/5)

Aufgabe 2 : (Fourierkoeffizienten, Fourierpolynom, max = 16 Punkte)

Durch $y = -\left(\dfrac{x}{\pi}\right)$ für $x \in [-\pi, 0[$ und $y = \dfrac{x}{\pi}$ für $x \in [0, \pi[$ sei eine (ungerade) Funktion mit der Periode 2π definiert.

a) Skizzieren Sie $y = f(x)$ für $x \in [-2\pi, 2\pi[$ (/2)



b) Ermitteln Sie die Fourierkoeffizienten a_0, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2 und b_3. (/7)

c) Geben Sie das Fourierpolynom $F_3(x)$ 3. Grades (d.h., den Teil der Fourierreihe bis einschließlich zu den Koeffizienten a_3 und b_3) an (/2)
.

d) Berechnen Sie das Integral $I_1 = \int_0^{\pi} f(x)dx$ und das Integral $I_2 = \int_0^{\pi} F_3(x)dx$. (/5)

Dabei sei $F_3(x)$ das in Aufgabenteil c) ermittelte Fourierpolynom 3.Grades.

Aufgabe 3 : (Funktion von zwei Variablen, Extremwerte, max = 7 Punkte)

Die Fläche F habe die Gleichung:

$z = \; f(x,y) \; = \; 3x + 8xy - 3x^2 - 6y^2$. (/7)

Man ermittle die Werte $(x,y) \in \mathbf{R}^2$, in denen Extremwerte oder Sattelpunkte auftreten. Berechnen Sie bei eventuellen Extremwerten, ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt.

Aufgabe 4: (Gewöhnliche Differentialgleichung 1.Ordnung, max = 11 Punkte)

Ermitteln Sie für die DGL $y' = \dfrac{\mathbf{y}}{(1+x^2)}$

a) Die allgemeine Lösung y (/3)

b) Die spezielle Lösung durch den Punkt x = 1, y = 2. (/2)

c) Mit dem Startwert $x_0 = 1$ und $y_0 = 2$ und der Schrittweite h = 1 berechne man den Wert y(2) mit dem Runge Kutta Verfahren mit mindestens 8 Nachkommastellen , sowie **exak**t gemäß Aufgabenteil b). (/6)

Aufgabe 5: (Lineare inhomogene Differentialgleichung 2.Ordnung mit konstanten Koeffizienten und einem Parameter max = 12 Punkte)

Gegeben ist die DGL $y'' - \alpha y' - y = s(x)$.
$s(x)$ steht dabei für verschiedene Funktionen der rechten Seite, die später einzusetzen sind.

a) Die allgemeine Lösung der homogenen DGL in Abhängigkeit vom Parameter α. (/4)

b) Die allgemeine Lösung der homogenen DGL (/2)
Für $\alpha_1 = 0$ und Für $\alpha_2 = 3$

c) Geben Sie die Ansätze für die Partikulärlösungen für folgende rechte Seiten an: (/3)

Für $\alpha_1 = 0$ und $s_1(x) = (1 - x)e^{-x}$

Für $\alpha_2 = 0$ und $s_2(x) = 3x^2e^{2x}$

Für $\alpha_3 = 3$ und $s_3(x) = xe^{2x}$

d) Berechnen Sie für den letzten Fall $\alpha_3 = 3$ und $s_3(x) = xe^{2x}$ (/3)
die spezielle Lösung der DGL für $y(0) = 1$ und $y'(0) = 0$.

Aufgabe 6: (Numerische Integration) , max = 8 Punkte

Gegeben ist die Funktion y = f(x) = xe^{-x^2} mit $x \in [0, 4]$.

Man berechne das Integral $\int_0^4 y(x)dx$ auf zweierlei Arten:

a) exakt (mit geeigneter Substitution) (/3)

b) numerisch nach der Simpson - Regel (Schrittweite h = 1) (/5)