Fachhochschule München **Fachbereich 03 FA** **SS 2006**

Diplomvorprüfung in Mathematik I (Lineare Algebra) – Fahrzeugtechnik

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Formelsammlung, Skripten, Bücher, Taschenrechner ohne Matrizenalgebra
Aufgabensteller: Pöschl, Selting, Warendorf, Kloster

!! WICHTIG: **Alle Rechnungen und Ergebnisse auf diesem Arbeitsblatt eintragen!!**
Das Ergebnis allein zählt nicht. Der Rechenweg muss erkennbar sein!!
(Ausnahme: Aufgabe 1, wo die richtige Angabe genügt.)

Name:	**Geb. – Datum**	**Punkte: (/ 60)**
Vorname:	**Stud.- Gruppe**	**Korr:**
Raum/Platz-Nr:	**Aufsicht:**	**Note:**

Aufgabe 1: (Koordinatentransformation) (/10)

Ein 3-D Achsensystem wird zunächst um die z-Achse um $\pi/6$ = 30 Grad gedreht, das sich so ergebende Achsensystem sei das Achsensystem M1.

M1 wird nun um seine x-Achse um $-\pi/4$ = - 45 Grad gedreht, es ergibt sich das Achsensystem M2.

a) Man gebe die beiden Drehmatrizen und die Matrix der gesamten Transformation an! (/6)

b) Welche Koordinaten hat der Punkt (10,10,5) in den Systemen M1 und M2 ? M1 : (/2)

M2 : (/2)

Aufgabe 2 : (Inverse Matrix, Eigenwerte Diagonalähnlichkeit)) (/20)

a) Man berechne zu der Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ die inverse Matrix A^{-1} (/8)

b) Man zeige, dass $\lambda = 1$ ein Eigenwert der Matrix ist und berechne die beiden anderen Eigenwerte der Matrix. (/4)

c) Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix. Wie viele gibt es ? (/6)

d) Warum ist die Matrix nicht diagonalähnlich (bzw. diagonalisierbar) ?
Geben Sie eine kurze Begründung an! (/2)

Aufgabe 3 : (Lineares Gleichungssystem mit Parameter) **(/ 10)**

Stellen Sie mit Hilfe des Gauss Algorithmus fest:
Für welchen Wert des reellen Parameters a besitzt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 &+ 2x_2 + x_3 &= 3 \\ 5x_1 &+ 4x_2 + 2x_3 &= 5 \\ x_1 &+ ax_2 + -2x_3 &= 4 \end{aligned}$$

a) keine Lösung? **(/ 3)**

b) In allen anderen Fällen ist die Lösung (in Abhängigkeit vom Parameter a) zu berechnen **(/ 7)**

Aufgabe 4: (Lineare Abhängigkeit, lineare Unabhängigkeit) (/10)

Gegeben sind die 3 Vektoren

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} , \; b = \begin{bmatrix} 2 \\ x \\ 5 \end{bmatrix} , \; c = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} .$$

a) Bestimmen Sie den Parameter x so, dass die 3 Vektoren linear abhängig sind. (/5)

b) Wie lässt sich – nachdem man x durch den in a) bestimmten Wert ersetzt hat – der Vektor a durch die Vektoren b und c mittels (/5)

$a = \lambda b + \mu c$ darstellen?

Berechnen Sie die Parameter λ und μ !

Aufgabe 5: (Determinantenberechnung) (/10)

Gegeben sei die Matrix $B = \begin{bmatrix} a & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 2 & 0 \\ -a & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

Berechnen Sie die Determinante der Matrix als Funktion von a.
Für welches a hat B den Rang 3 , für welche a den Rang 4 ?