

Lineare Algebra Übungsblatt 3: Determinanten und Matrizen

1. Berechnen Sie die folgenden Determinanten.

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}, D_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}, D_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Für welche reellen Werte von λ ist die folgende Determinante gleich Null?

$$D = \begin{vmatrix} \lambda + 1 & 2 & -\lambda \\ -2 & \lambda - 2 & 0 \\ \lambda & 0 & \lambda \end{vmatrix}$$

3. Ist die Matrix A zu der Matrix B invers?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -8 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 2 & 2 & -7 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Sind die folgenden Matrizen orthogonal?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrizen.

(a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 8 & -4 & 17 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & -4 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ durch Verwendung von Unterdeterminanten.

(c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -4 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ durch Verwendung von elementaren Umformungen der Matrix.

Lineare Algebra Übungsblatt 3: Lösungen

1. $D_1 = 8, \quad D_2 = -12, \quad D_3 = 0$
2. $\lambda = 0$
3. Ja, denn $A \cdot B = E$.
4. A ist nicht orthogonal. B ist orthogonal.
5. (a) $\text{Rg}(A) = 3, \text{Rg}(B) = 2, \text{Rg}(C) = 1$
(b) $\text{Rg}(A) = 3$
(c) $\text{Rg}(A) = 2$